

Acerca da dissonância sensorial: Uma incursão na evolução de conceitos, modelos paramétricos e novas perspectivas

MICAEL ANTUNES DA SILVA* E REGIS ROSSI ALVES FARIA**

Resumo

Apresentamos um panorama acerca da evolução nos conceitos e modelos para representação da dissonância sensorial no contexto musical, destacando a diversidade em materiais e métodos encontrada nos experimentos realizados para elucidá-la e nos principais modelos paramétricos para sua estimação desenvolvidos desde o século XIX. Estabelecemos uma linha de condução que se inicia nos conceitos de dissonância a partir do trabalho de Helmholtz (1875), passa pelos experimentos de Plomp e Levelt (1965), Hutchinson e Knopoff (1978) e Geary (1980), e abordamos aspectos centrais nos modelos propostos por Sethares (1998) e Vassilakis (2001), que se apoiam na relação com o fenômeno da rugosidade. Como resultado da possibilidade de se estimar graus de dissonância, apresentamos novas perspectivas de aplicações na modelagem da dissonância para instrumentação e criação musical, tendo como referência a técnica de geração de timbres baseada na relação espectro-escala de Sethares.

Palavras-chave: dissonância sensorial, modelos psicoacústicos, modelagem da dissonância, psicoacústica

Abstract

We present a panorama about the evolution of concepts and models for the representation of sensory dissonance in the musical context, highlighting the diversity of materials and methods found in the experiments performed to elucidate it and in the main parametric models for its estimation developed since the 19th century. We established a driving line that starts with the concepts of dissonance from Helmholtz's work (1875), goes through the experiments of Plomp and Levelt (1965), Hutchinson and Knopoff (1978) and Geary (1980), and we discuss central aspects in the models proposed by Sethares (1998) and Vassilakis (2001), which are based on the relation with the phenomenon of roughness. As a result of the possibility of estimating degrees of dissonance, we present new perspectives of applications in dissonance modeling for instrumentation and musical creation, having as reference the technique of timbre generation based on the spectrum-scale relationship of Sethares.

Keywords: sensorial dissonance, psychoacoustics models, dissonance modeling, psychoacoustics

* ECA/Universidade de São Paulo (USP)

E-mail: micaelant@gmail.com

** FFCLRP/Universidade de São Paulo (USP)

E-mail: regis@usp.br

Os autores agradecem à FAPESP pelo apoio a esta pesquisa através do processo no. 2016/09525-7, e à Bárbara Rossi Rosa pelo suporte na adaptação de ilustrações.

1. Introdução

A dissonância é um atributo multidimensional do som que se verifica na sua recepção (audição) e pode ser abordada levando-se em conta características físicas do som e sua decodificação no aparato fisiológico, bem como aspectos culturais e o nível de conhecimento musical do ouvinte. Sua qualificação e quantificação assim depende de aspectos físicos, psicofísicos, culturais e cognitivos. No contexto da prática musical, considerando as perspectivas tecnológicas que se abrem para a modelagem deste atributo, torna-se importante revisitar o caminho evolutivo dos principais conceitos, experimentos e modelos teórico-práticos que alargaram sua compreensão no século XX e XXI e têm permitido uma algoritmização de seu mecanismo funcional sensorial.

Os conceitos sobre dissonância se estabeleceram e evoluíram desde o século XIX a partir de experimentos realizados com materiais e métodos distintos e muitas vezes insuficientemente documentados para se garantir a reprodutibilidade dos mesmos. Diferenças em métodos experimentais e métricas são comuns. A partir destes experimentos, alguns modelos paramétricos foram propostos para a estimação do nível de dissonância entre tons puros e complexos, também construídos sobre hipóteses e formulações diferenciadas.

Procuramos neste artigo traçar um panorama dos principais trabalhos que elucidaram os parâmetros e condições associados à ocorrência da dissonância, e os principais modelos matemáticos para quantificação da mesma, empregando parâmetros objetivos como amplitude e frequência. E um dos destinos mais empolgantes para ferramentas desta natureza é o seu uso na música, particularmente para a síntese sonora e a composição baseadas no controle intencional da dissonância.

Focalizamos especificamente o estudo da *dissonância sensorial*, que tem sua origem no fenômeno psicoacústico conhecido como *rugosidade*, revelando que quantificar esta permite, por sua vez, quantificar a outra. O conceito de *rugosidade* ou sensação de *aspereza* tem sua origem na teoria dos batimentos de Helmholtz (1875). De acordo com esta teoria a percepção de dissonância está conectada à presença de batimentos entre os parciais de um som complexo, e a percepção de rugosidade entre os parciais ocorreria quando a diferença entre eles estivesse entre 30 e 40 Hz, em qualquer registro.

Com o trabalho de Plomp e Levelt (1965), temos um refinamento desse modelo com a constatação da conexão entre o nível de dissonância de um estímulo sonoro com as faixas de frequência das *bandas críticas*¹.

¹ *Banda crítica* é o nome dado a uma divisão da extensão de frequências audíveis tal como introduzido por Fletcher (1933) e desenvolvida por Zwicker (1961). Essa divisão, equivalente a um canal auditivo finito de frequências contíguas, é bastante presente na teoria da

Com informações obtidas a partir de um experimento com voluntários sem treino musical, a quem se perguntava qual nível de consonância era percebido entre dois sons senoidais, eles constataram que a sensação de rugosidade aparece apenas entre intervalos que estão dentro de uma mesma banda crítica, e que a máxima dissonância aparece por volta de um quarto da banda crítica. A banda crítica também teria diferentes extensões de acordo com o registro, variando entre uma 2ª maior e aproximadamente uma 3ª maior. Por exemplo, abaixo de 500 e acima de 9500 Hz seu intervalo é maior que uma 3ª maior (razão = 1,25).

Existem vários trabalhos especulativos sobre modelos de dissonância sensorial em espectros sonoros. Primeiro destacamos o modelo matemático de Hutchinson e Knopoff (1978), que deduziram uma função para dissonância a partir da junção dos modelos de Helmholtz (1875) e Plomp e Levelt (1965). Esse modelo também foi usado no trabalho de Clarence Barlow (2008), que acrescentou a eles os modelos de *loudness* e mascaramento de Zwicker e Fastl (1999) para calcular a dissonância. O modelo de Barlow não foi suficientemente documentado pelo próprio autor, e optamos por não incluí-lo nesta análise. Uma descrição compreensiva do trabalho de Barlow é feita por Porres (2007), a partir de informações trocada pelos autores por meio de correio eletrônico (Porres, 2007, p.43).

William Sethares (1998) introduz, de outra maneira, um modelo baseado unicamente em uma aproximação da curva de Plomp e Levelt, e proporcionou a possibilidade de obter o nível de dissonância em sons complexos a partir de curvas de *loudness*. Este modelo foi revisado por Vassilakis (2001), que mudou os parâmetros ligados às amplitudes dos parciais para estimar a dissonância em sons complexos, baseado nos resultados de testes subjetivos realizados por Terhardt (1974), que investigavam a relação entre rugosidade e diferentes configurações de *loudness* e modulações de amplitude nos sons.

Vassilakis (2001) realizou também um teste subjetivo que pediu aos participantes que estimassem o nível de dissonância e rugosidade dos sons harmônicos e comparou os resultados com os modelos de Helmholtz (1954), Hutchinson e Knopoff (1978) e o seu próprio, demonstrando que sua proposição representava melhor a sensação de dissonância.

Uma linha temporal conectando estes trabalhos e indicando a influência de um sobre o outro, conforme descrito, é ilustrada na figura 1.

dissonância sensorial por ser uma boa representação para segmentação funcional da cóclea, e, por consequência, uma boa ferramenta para abordar diversos fenômenos psicoacústicos.

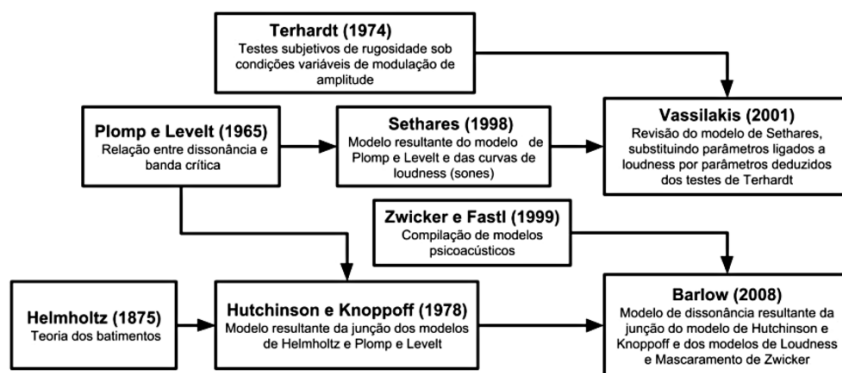


Fig.1. Teorias e modelos – Linha temporal.

Neste recorte temos particular interesse nos trabalhos que produziram modelos para explicar e quantificar a dissonância, preterindo outros vários que, embora produzam exemplos de medidas de dissonâncias para diversos casos específicos de combinação de sons, não contribuíram ou desenvolveram ferramentas para estimar o grau de dissonância a partir de grandezas acústicas ou psicoacústicas objetivas, como amplitude/volume e frequência/altura.

Além de todo o desenvolvimento teórico acerca da dissonância sensorial a partir do modelo de Plomp e Levelt (1965), desdobraram-se especulações no campo criativo para síntese sonora empregando-se a modelagem da dissonância em espectros sonoros, como nos trabalhos de Pierce (1966), Mathews e Pierce (1988), Sethares (1998) e Silva e Faria (2017).

Pierce (1966) especulou sobre a possibilidade de sintetizar espectros inarmônicos para a obtenção de consonâncias em escalas arbitrárias. Para isso, utilizou como material a escala octatônica, ou seja, uma escala que divide o intervalo de oitava em oito partes iguais. Este trabalho abriu uma nova possibilidade para síntese sonora: explorar níveis de consonância em qualquer material sonoro, seja ele uma escala arbitrária ou um espectro inarmônico. Essas possibilidades ainda estão em exploração, e serão abordadas na seção que trata de aplicações artísticas dos modelos de dissonância.

2. Concepções da dissonância na história da música segundo Tenney

O termo dissonância assume diversos significados na história da teoria e prática musical, dependendo do contexto em que se insere. Por isso, tomamos como referência o trabalho de Tenney² (1988) que trata algumas possibilidades do termo dissonância de uma maneira contextualizada na história da música. Para isso, ele se vale do termo

² James Tenney (1934-2006) foi um compositor e teórico americano, com significativas contribuições nas áreas de composição algorítmica, música microtonal e sistemas de afinação.

*Concepção de Consonância-Dissonância (CCD)*³ que se expande em cinco partes, da seguinte forma:

CCD1- Essa primeira concepção é melódica, baseada na razão dos intervalos da escala. Ligada à concepção Pitagórica de intervalo musical e ao pensamento teórico grego, essa concepção tem uma noção idealizada do intervalo musical, não levando em conta o fenômeno sonoro resultante dessa organização intervalar. Ilustrada na figura 2 a partir da concepção de dissonância no tratado *Musica Enchiriadis*⁴ (anônimo, séc IX), esta concepção elege a 4^a Justa, 5^a Justa e a 8^a Justa como intervalos consonantes.

CCD2- Essa segunda concepção possui uma conotação polifônica. Para Tenney (1988), o início dessa concepção coincide com a polifonia no século IX e a noção de sonoridade resultante da simultaneidade das díades. Como consequência de uma maior complexidade na prática da polifonia nos séculos X, XI e XII, intervalos de terças e sextas foram admitidos como consonantes. Tenney cita como exemplo o teórico John of Garland (séc. XIII), autor de *De Mensurabili Musica*⁵, que classifica os intervalos musicais em graus de: Consonância perfeita (uníssono e oitava); Consonância média (5^a e 4^a Justa); Consonância imperfeita (3^a maior e menor); Dissonância imperfeita (6^a maior e 7^a menor); Dissonância média (6^a menor e 2^a maior); Dissonância (2^a menor, 7^a maior e 4^a aumentada). A classificação de dissonância de John of Garland está também ilustrada na figura 2.

CCD3- Conotação contrapontística. Esta concepção está relacionada com a prática do contraponto nos séculos XIII e XIV, criando novas regras e noções de consonância e dissonância, admitindo-nas como ornamentos em tratamentos como apogiatura, notas de passagem, escapadas, entre outros procedimentos. Exemplo dessa classificação pode ser visto na figura 2, referente ao tratado de Zarlino, em que só três graus são considerados (consonância perfeita, consonância imperfeita, e dissonância).

CCD4- Essa concepção possui uma conotação harmônica, ligada à dinâmica entre acordes, com o que ficou conhecido como harmonia funcional, uma das bases do pensamento harmônico de compositores como Koellreutter (1980). Esse conceito carrega a ideia de tonalidade, como suas dinâmicas de tensão e resolução, além das teorias ligadas à fundamental de acordes. Exemplo nesse contexto é o tratado de harmonia de Rameau (1722).

³ Do termo em inglês *Consonance-Dissonance Concept (CDC)*, conforme Tenney (1998).

⁴ *Musica (and Scholia) Enchiriadis* (anonymous, 9th-10th c.) é um tratado musical do século IX, e a ele é atribuída a primeira tentativa de sistematização da prática polifônica na música do ocidente (Hoppin, 1978).

⁵ *De Mensurabili Musica* é o primeiro tratado a teorizar sobre o ritmo e sua notação, além de trazer uma discussão teórica sobre a polifonia da escola de Notre Dame (Baltzer, 2001).

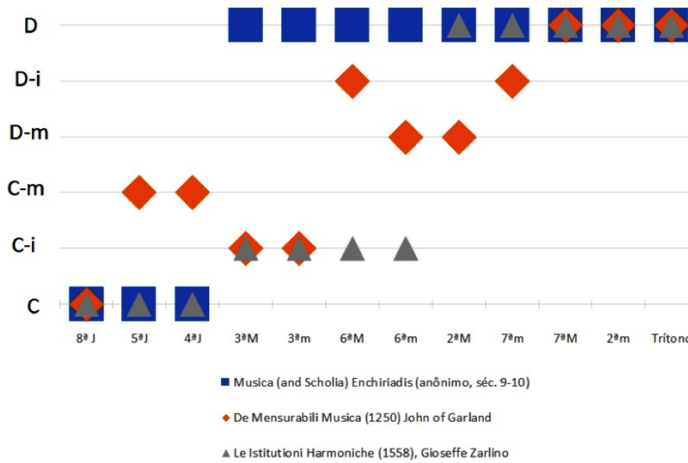


Fig. 2. Atribuição de seis graus de consonância/dissonância aos intervalos de uma escala de 12 tons segundo três escolas de pensamento teórico, conforme Tenney (1988). C= Consonância; C-i= Consonância Imperfeita; C-m= Consonância média; D-m= Dissonância média; D-i= Dissonância Imperfeita; D= Dissonância.

CCD5- Essa concepção possui uma conotação psicoacústica e está relacionada à ideia de dissonância sensorial, nosso foco de estudo. Considerando sua origem na teoria dos batimentos de Helmholtz (1875), seus refinamentos devidos a Plomp e Levelt (1965), e sua interdependência com os conceitos de banda crítica e rugosidade, o conceito de dissonância fica definitivamente atrelado a questões relacionadas à fisiologia do ouvido, e seus graus passaram a ser diferenciados para cada intervalo de frequências. Podemos observar na figura 3 um gráfico do nível de dissonância (em uma escala relativa arbitrária) para os 13 intervalos da escala do temperamento por igual que divide a oitava em 12 partes.

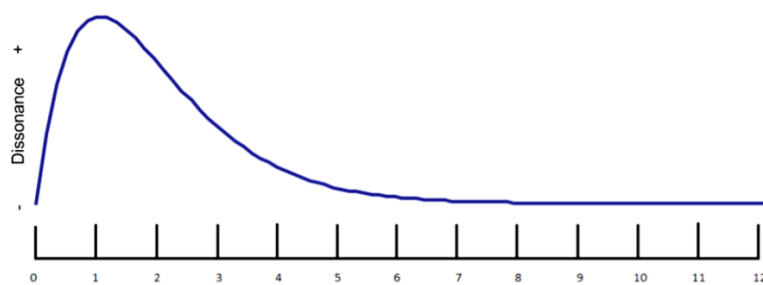


Fig. 3. Percepção de dissonância para um par de tons puros, nos 12 passos da escala temperada, segundo o modelo de Plomp e Levelt (1965). Plotada com MATLAB.

Uma extrapolação dos valores discretos da figura 3 para cada intervalo sugere uma curva contínua que nos permitiria aferir o nível de dissonância para razões intervalares quaisquer arbitrárias.

Um ponto de vista diferente para os mesmos dados coletados a partir dos sistemas teóricos *Musica Enchiriadis* (anônimo, século IX), *De Mensurabili Musica* (Garland, 1250) e *Le Istitutioni Harmoniche* (Zarlino,

1558), nos revelará os graus de dissonância cumuladamente atribuídos aos intervalos ao longo dos séculos. Os intervalos sistematicamente avaliados como mais dissonantes são o trítono (4^a Aum), a 2^a menor e a 7^a Maior, seguidos dos intervalos de 2^a Maior e 7^a menor.

A partir dessa contextualização histórica, podemos perceber que o fenômeno da rugosidade não é a dissonância em si, mas desempenha um papel fundamental na sua construção cultural, no caso da música ocidental. Tendo isso em perspectiva, delimitamos o conceito de dissonância em nosso texto à dissonância sensorial, focando apenas em modelos que levam em conta a fisiologia do ouvido, e não em questões culturais ou estéticas.

3. Modelos de dissonância sensorial

As seções a seguir abordam os modelos, conceitos e experimentos selecionados nesta pesquisa e apresentados na Introdução.

3.1. Os alinhamentos harmônicos e a visão de Helmholtz

A contribuição pioneira de Helmholtz⁶ para a noção de dissonância sensorial baseia-se em três pontos que julgamos fundamentais, pois serão desenvolvidos posteriormente por outros autores:

- 1- A constatação de que a sensação de dissonância está relacionada com a distância entre os parciais de um som e o estímulo sensorial resultante dessa relação.
- 2- Deduzida do primeiro ponto, a constatação de que a relação de dissonância sensorial está ligada ao timbre, e que, portanto, a sensação de dissonância pode ser examinada caso a caso, e não com tabelas generalizantes, como no caso dos tratados de harmonia. Por exemplo, isso permitiu observar pela primeira vez que a sensação de dissonância de um acorde tocado ao piano difere da sensação de dissonância de um acorde tocado em um grupo de clarinetes, por conta da diferença de conteúdo espectral e envelopes dinâmicos.
- 3- A tentativa de medir a dissonância sobre uma escala objetiva de frequências.

Assim, a partir da teoria de Helmholtz não faz mais sentido pensar a dissonância baseada unicamente na relação intervalar, mas sim, estudando-a caso a caso, tendo como referência a análise dos espectros sonoros. No modelo de Helmholtz a dissonância manifestava-se quando a diferença nas frequências de um par de parciais do som guardava uma relação de mais ou menos 40 Hz. No entanto, essa

⁶ Hermann von Helmholtz (1821-1894) foi matemático, médico e físico alemão, e focou parte de suas pesquisas na percepção humana (visual, espacial e sonora), tendo fundamental importância na música seu livro *On the sensations of tone: As a physiological basis for the theory of music*.

noção foi logo suplantada a partir de trabalhos que tinham como base testes subjetivos. Esses trabalhos e seus modelos são apresentados a seguir.

3.2. O modelo de Plomp e Levelt

Uma segunda referência relevante encontra-se no trabalho de Plomp e Levelt (1965) já de importância histórica na literatura pertinente. Neste trabalho, os autores revisaram a teoria dos batimentos de Helmholtz (1875) a partir de dados obtidos em testes subjetivos, constatando uma correlação entre dissonância sensorial e a largura da banda crítica.

O modelo de Plomp e Levelt emerge a partir de um teste subjetivo que perguntava o nível de dissonância percebido na escuta de pares de tons puros. Considerando a decisiva influência que os métodos experimentais exercem sobre o sucesso dos modelos e a pouca visibilidade a eles dada em muitas análises, apresentamos detalhes deste teste a seguir.

O estímulo sonoro dos testes consistiu em um par de tons puros para cada intervalo da escala 12-tet, todos executados em relação à frequência inicial. As escalas testadas tinham as seguintes frequências iniciais: 125, 250, 500, 1000 e 2000 Hz. Os participantes julgavam cada intervalo em uma escala de sete pontos, onde 1 era o mais dissonante e 7, o mais consonante. Quando os participantes questionaram sobre o significado de consonância, o termo foi traduzido por *bonito* ou *harmonioso*.

Os participantes foram homens adultos em torno dos 20 anos de idade com ensino médio completo. Para as frequências 125, 250, 500, 1000 e 2000 Hz o número de participantes foi respectivamente 19, 22, 18, 11 e 18. Segundo os pesquisadores, para se excluir os participantes que não davam respostas consistentes foram mantidas somente as respostas que possuíam um coeficiente de correlação mínimo de 0,5 entre as respostas obtidas. Assim, o número de respostas caiu para 11, 10, 11, 10 e 8 para as respectivas frequências acima citadas.

A partir dos resultados obtidos nos testes, Plomp e Levelt constataram uma correlação entre a banda crítica de Zwicker (1961) e a ocorrência dos pontos de máxima dissonância, encontrados por volta de um quarto da banda crítica. Podemos observar essa correlação na figura 4, onde o nível de dissonância está traçado em função do tamanho da banda crítica.

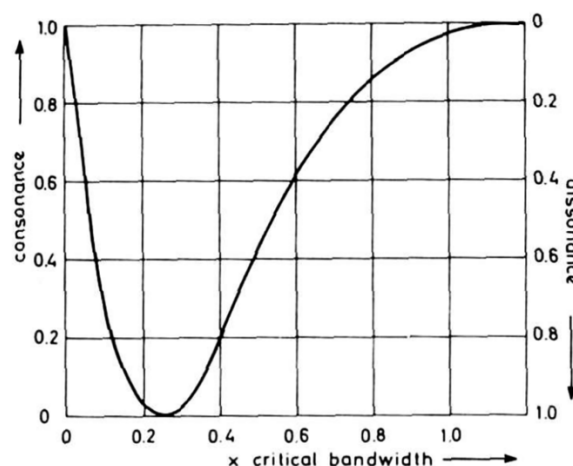


Fig.4. Curva derivada dos testes subjetivos de Plomp e Levelt, fornecendo uma medida da consonância em função da banda crítica para dois tons puros (Plomp & Levelt, 1965).

Esse resultado conduziu a um modelo primordial para a rugosidade, sendo a partir da aproximação da curva da fig. 4 que Sethares (1998) e Vassilakis (2001) desenvolveram seus modelos de dissonância sensorial.

3.3. O modelo de Hutchinson e Knopoff

Para fazer o cálculo da dissonância, Hutchinson e Knopoff (1978) realizam primeiramente uma aproximação empírica para a largura das bandas críticas (BC) em função das frequências, que é expresso na seguinte equação:

$$BC = 1,72(\bar{f})^{0,65} \quad (1)$$

sendo $\bar{f} = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$.

Essa aproximação é a base para um fator de ponderação de dissonância g , expresso na seguinte equação:

$$g = |f_1 - f_2|/BC(\bar{f}) \quad (2)$$

Para a computação da dissonância em sons complexos⁷, é realizada uma somatória do fator de dissonância para cada par de parciais, juntamente com a energia de suas amplitudes, e dividida pela soma total da energia das amplitudes,

$$D = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=j}^N \sum_{j=1}^N A_i A_j g_{ij}}{\sum_{i=1}^N A_i^2} \quad (3)$$

sendo N o número de parciais do som complexo.

⁷ Mantivemos para Hutchinson e Knopoff e para Sethares (a seguir) a grandeza "dissonância" em suas expressões, embora, a rigor, seja mais adequado usar a "rugosidade" como medida quantitativa para a dissonância sensorial.

3.4. O modelo de Sethares

A partir dos testes realizados por Plomp e Levelt (1965), modelos matemáticos foram propostos com a função de representar o nível de rugosidade de um estímulo sonoro. O modelo que discutiremos agora é o proposto por William Sethares (1998).

A base desse modelo é a curva de dissonância (figura 4) gerada a partir dos experimentos de Plomp e Levelt estimando-se o nível de dissonância para um par de tons puros. Utilizando essa curva, explorou-se a possibilidade de calcular o nível de dissonância para sons complexos a partir da soma da contribuição de cada parcial para o nível de dissonância global de um espectro sonoro.

A aproximação de Sethares para a curva de dissonância da figura 4 é representada na seguinte função:

$$d(x) = e^{-b_1x} - e^{-b_2x} \quad (4)$$

onde x representa o valor absoluto da diferença de frequências entre dois tons puros e os expoentes b_1 e b_2 representam as taxas de crescimento e decrescimento da curva.

Partindo dessa aproximação, Sethares apresenta a função de dissonância d (equação 2) para dois tons de frequências f_1 e f_2 e amplitudes l_1 e l_2 ⁸, em que $f_1 < f_2$ e l_{12} é o menor valor dentre l_1 e l_2 , isto é, $l_{12} = \min(l_1, l_2)$. O parâmetro s é dado pela eq. 3, em que x^m é o ponto de máxima dissonância, $b_1 = 3.5$, $b_2 = 5.75$, $s_1 = 0.021$ e $s_2 = 19$ são determinados a partir da minimização de erros da curva parametrizada de Plomp e Levelt.

$$d(f_1, f_2, l_1, l_2) = l_{12}[e^{-b_1s(f_2-f_1)} - e^{-b_2s(f_2-f_1)}] \quad (5)$$

$$s = \frac{x^m}{s_1f_1 + s_2} \quad (6)$$

Para sons complexos Sethares apresenta a dissonância em função das frequências e intensidades (*loudness*) de cada uma das componentes senoidais do som. Para um dado conjunto F de N parciais senoidais, a dissonância é dada pela eq. 4, um somatório dos cálculos de pares individuais.

$$D_F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d(f_i, f_j, l_i, l_j) \quad (7)$$

⁸ Expressas através da grandeza *loudness*, ou volume em português, medida em sones, e determinada a partir do nível de pressão sonora NPS, do inglês *SPL - Sound Pressure Level*, que é a medida física preferencial para caracterizar a sensação subjetiva da intensidade dos sons (Bistafa, 2008, p. 17).

A partir desta contribuição a influência do volume dos parciais é explicitamente incorporada no cálculo da dissonância dos estímulos sonoros.

3.5. A revisão de Vassilakis do modelo de Sethares

Em seu doutorado, Vassilakis⁹ desenvolve uma modelagem matemática para a dissonância tratando-a como um fenômeno decorrente da sensação da rugosidade. Segundo Vassilakis (2001), o modelo de Sethares superestima a influência do volume e subestima o grau de flutuação de amplitude (*FA*) dos parciais no cálculo da dissonância sensorial. Assim, propõe uma revisão deste modelo utilizando, para tanto, os resultados de uma série de testes subjetivos realizados por Terhardt (1974) que produziram constatações novas sobre a relação entre rugosidade, intensidade e variações de amplitude. Essa revisão afetará apenas a estimativa de rugosidade com tons puros de intensidades diferentes.

Os testes de Terhardt avaliavam: (1) A influência do nível de pressão sonora *NPS* e da profundidade de modulação *m* na rugosidade de tons modulados em amplitude (R_{MA}); (2) A relação entre o nível de rugosidade de um tom modulado em amplitude (R_{MA}) e o nível de rugosidade de um par de tons puros com mesmo nível de flutuação de amplitude (*FA*).

Levando-se em consideração que os achados de Terhardt indicavam que a percepção da rugosidade variava em função do nível de pressão sonora (*NPS*) e do nível de flutuação de amplitude¹⁰ (*FA*), Vassilakis (2001, p.21-46) considera três expressões para o cálculo da rugosidade, a saber:

1- A rugosidade de um tom modulado em amplitude¹¹ em função da flutuação de amplitude (*FA*) é dada por:

$$R_{FA} = cFA^{3,11} \quad (8)$$

⁹ Pesquisador especialista nas áreas de acústica, ciências auditivas, etnomusicologia e cognição musical, tendo desenvolvido suas últimas pesquisas na Universidade da Califórnia, Los Angeles, desde meados dos anos 2000.

¹⁰ As flutuações de amplitude são manifestações de interferência das ondas sonoras e podem ser colocadas em três categorias perceptivas, relacionadas à taxa de flutuação. As flutuações de amplitude mais lentas (até aproximadamente +- 20 por segundo) são ouvidas como mudanças na percepção da intensidade e percebidas como batimentos. À medida que a taxa de flutuação aumenta, a percepção de intensidade do som parece ser constante e as flutuações são percebidas como rugosidade. Com uma taxa de flutuação da amplitude mais alta (em aproximadamente 75–150 flutuações por segundo, dependendo do registro da frequência), a rugosidade atinge uma taxa máxima e depois diminui gradualmente até desaparecer. (Vassilakis, 2001, pp.24–25)

¹¹ Técnica de síntese sonora onde uma senóide (onda portadora *car*) é multiplicada por outra senóide (onda moduladora *mod*), produzindo uma modulação de amplitude e resultando em um espectro com três frequências (Hz): $f_1=car-mod$; $f_2=car$; $f_3=car+mod$. (Vassilakis, 2001, p.24)

em substituição à função $R = cFA^2$ proposta por Terhardt, onde c é uma constante e assumia-se que a flutuação de amplitude FA era equivalente à profundidade da modulação de amplitude m . Vassilakis (2001, p.29) entretanto mostra que estes parâmetros não são iguais, e a relação entre ambas pode ser expressa por meio da equação:

$$FA = \frac{2m}{1+m} \quad (9)$$

Acrescentando que:

- a) $FA = m$ apenas para $m = \{0,1\}$.
- b) Se $m \rightarrow \infty$, $FA \rightarrow 2$.

A proposta de R_{FA} decorre de constatações feitas por Terhardt de que mudanças na rugosidade por um fator de 0,5 correspondiam a mudanças na profundidade da modulação m por um fator de 0,7 assumindo-se $FA = m$. Os dados foram obtidos através de testes subjetivos em que os voluntários eram instruídos a assinalar a metade da rugosidade e o dobro da rugosidade com relação a um som padrão¹², enquanto era variada a profundidade de modulação do som que ele assumia ser idêntica à flutuação de amplitude.

2- A rugosidade de um tom modulado em amplitude em função do nível de pressão sonora (NPS) é dada por:

$$R_{NPS} = cNPS^{\frac{1}{10}} \quad (10)$$

sendo c uma constante. Os testes de Terhardt constataram que, em termos de rugosidade, reduzir o NPS de um tom modulado em amplitude de 80 dB para 40 dB é equivalente a reduzir a profundidade de modulação de $m=1$ para $m=0,91$, o que, segundo Vassilakis leva à equação 10.

3- A rugosidade de um par de tons puros (R_{par}) com frequências (f_1, f_2) e amplitudes (A_1, A_2) em função da rugosidade de um tom modulado em amplitude (R_{MA}), onde a frequência de modulação $f_{mod} = |f_1 - f_2|$ e $A_1 = A_2$, é dada, segundo Terhardt, por:

$$R_{par} = 0,5R_{MA} \quad (11)$$

Para calcular a dissonância entre dois tons com frequências e amplitudes (f_1, f_2, A_1, A_2) Vassilakis deriva então uma expressão composta para a rugosidade $R = f(R_{FA}, R_{NPS}, R_{par})$ que leva em consideração os ajustes acima e é dada por:

¹² Pares de tons modulados em amplitude cada um com duração de 1s separados por um silêncio de 0,5s.

$$R(f_1, f_2, A_1, A_2) = (A_1 * A_2)^{0,1} * 0,5 \left(\frac{2A_2}{A_1 + A_2} \right)^{3,11} [e^{-b_1 s(f_2 - f_1)} - e^{-b_2 s(f_2 - f_1)}] \quad (12)$$

onde $b_1 = 3,5$, $b_2 = 5,75$, $s = \frac{x^m}{s_1 f_1 + s_2}$, $x^m = 0,24$, $s_1 = 0,0207$ e $s_2 = 18,96$, e as amplitudes A_1 e A_2 são expressas em NPS (dB).

Esta expressão fornece uma estimativa mais precisa para a rugosidade entre dois tons, levando-se em consideração suas intensidades e relações de modulação ou combinação entre eles (situações comuns na música). Se aplicada como na equação 4, ela pode ser utilizada para quantificar a dissonância em um som complexo com muitos parciais.

3.6. Avaliando o modelo de Vassilakis

Vassilakis executou um teste para validar sua teoria que tinha como objetivo observar a correlação entre o conceito de dissonância da música ocidental com o conceito de rugosidade percebida entre dois sons, comparando os resultados dos testes com o modelo de rugosidade aqui exposto. Ele expõe sua hipótese da seguinte maneira:

Para os músicos dentro da tradição da música ocidental, as avaliações para a rugosidade de intervalos harmônicos concordam com os graus de rugosidade estimados usando-se o modelo de estimativa de rugosidade proposto e correlacionam com os graus de dissonância sugeridos pela teoria musical ocidental. Além disso, as avaliações de dissonância correlacionam-se com graus de rugosidade indicando que, na tradição musical ocidental, onde a rugosidade sensorial é geralmente evitada como dissonante, a hierarquia de consonância dos intervalos harmônicos corresponde principalmente a variações em graus de rugosidade¹³. (Vassilakis, 2001)

Os intervalos em uma oitava da escala 12-tet¹⁴ serviram como base do experimento, partindo do D⁴ (256 Hz). O espectro sonoro usado no seu experimento consistia em um espectro harmônico com seis parciais (onda dente-de-serra, com amplitudes de 1/parcial) com uma leve desafinação nos componentes, para dar “naturalidade” ao som. Essa leve desafinação não influenciaria na sensação de rugosidade, segundo os experimentos de von Békésy (1960) e Terhardt (1974).

¹³ Original: For musicians within the Western musical tradition, roughness ratings of harmonic intervals agree with the roughness degrees estimated using the proposed roughness estimation model and correlate with the dissonance degrees suggested by Western music theory. Additionally, dissonance ratings correlate with roughness degrees indicating that, in the Western musical tradition where sensory roughness is in general avoided as dissonant, the consonance hierarchy of harmonic intervals corresponds mainly to variations in roughness degrees.

¹⁴ 12-Tone Equal Temperament, isto é, escala de temperamento por igual de 12 tons.

Os participantes foram separados em dois grupos de 10 pessoas cada. O primeiro grupo deveria quantificar um nível entre *Não-rugoso* e *Rugoso*. O segundo grupo deveria responder um grau para o estímulo entre *Não dissonante* e *Dissonante*.

As respostas eram atribuídas sobre uma barra de rolagem de 42 pontos, sendo 0 = *Não rugoso/Não dissonante* e 42 = *Rugoso/ Dissonante*. Os participantes tiveram um tempo de se familiarizar com o conceito de rugosidade em uma sessão de treinamento que incluía tons puros modulados em amplitude como estímulos, com vários valores de profundidade de modulação.

A tabela 1 apresenta os resultados do experimento ao lado de três modelos de estimativa de rugosidade: o de Helmholtz (1875), o de Hutchinson e Knopoff (1978), e o seu próprio (figura 5). Podemos observar nos resultados uma maior correlação entre o modelo proposto por Vassilakis e os resultados obtidos nos testes, seguidos pelos modelos de Hutchinson e Knopoff e por último de Helmholtz. Também verificamos a partir desses resultados uma correspondência entre a mudança de nível de rugosidade e a mudança de nível de dissonância, confirmando a hipótese de que a rugosidade é um parâmetro decisivo para a sensação de dissonância. As maiores diferenças na avaliação entre nível de dissonância e nível de rugosidade ocorreram, contudo, nos intervalos de trítono (4ª Aum) e segunda maior (2ªM), como revela a tabela 1.

30

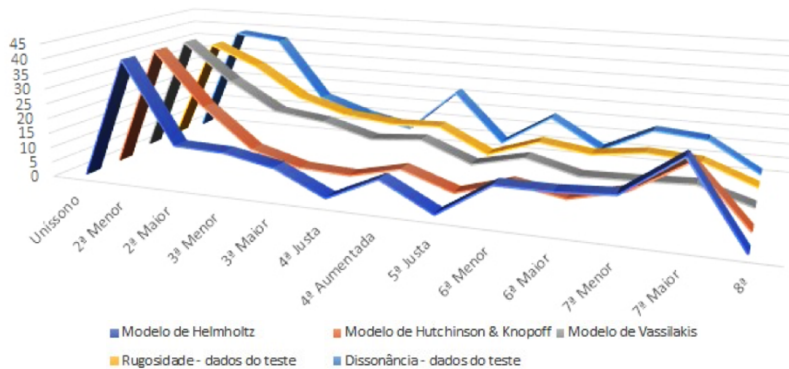


Fig. 5. Resultados do experimento de Vassilakis comparados com os modelos de Helmholtz, Hutchinson e Knopoff, sintetizado a partir dos valores da tabela 1.

Tabela 1. Resultados do experimento comparado dos modelos de Helmholtz, Hutchinson & Knopoff e Vassilakis. Valores variam de 0 (máxima consonância) a 42 (máxima dissonância)

	Unísono	2ªm	2ªM	3ªm	3ªM	4ªJ	4ªAum	5ªJ	6ªm	6ªM	7ªm	7ªM	8ªJ
Modelo de Helmholtz	0	40,383	13,284	12,743	9,564	1,594	9,564	0,531	11,69	11,69	12,753	25,506	0
Modelo de Hutchinson & Knopoff	0,157	40,383	22,233	9,166	4,554	3,727	7,686	1,826	6,967	3,942	8,249	19,109	0,116
Modelo de Vassilakis	1,614	40,383	27,617	18,117	16,002	11,446	12,826	6,17877	10,103	5,782	6,214	6,996	1,589
Rugosidade - dados do teste	1,7	36,6	29,7	19,2	14,3	12,5	13	4,7	10,7	8,2	10,4	9,2	2,5
Dissonância - dados do teste	0,8	38,2	36,4	15,5	10,1	6,6	21,4	4,4	15	5,1	13,5	12	1,7

3.7. A contribuição de Geary para a percepção da dissonância sensorial em sons inarmônicos

Embora muitos testes subjetivos tenham sido realizados com o objetivo de validar modelos de dissonância, esses testes focam apenas em sons harmônicos. Nesse sentido, o trabalho de Geary é de grande importância, pois realiza a avaliação do nível de dissonância para sons inarmônicos.

O estímulo sonoro utilizado em um teste executado por Geary (1980) foi um som inarmônico gerado a partir de uma modulação de banda lateral única (*single-side-band modulation*) resultando num espectro com parciais distantes de $\sqrt{2}f_0$. O objetivo no caso era gerar um espectro cujos parciais não fossem múltiplos inteiros de uma fundamental f_0 .

Segundo o autor, a amplitude dos parciais foi escolhida de maneira arbitrária, e maiores detalhes sobre a construção do espectro não foram relatados no artigo. Seis tons usando este espectro foram sintetizados, e tocadas na forma de díades (em relação a um tom fundamental) neste experimento. Os tons #1, #4 e #6 possuem fundamentais organizadas em intervalos de quarta justa (4ªJ), quinta justa (5ªJ) e de sexta menor (6ªm), respectivamente. Os demais tons tiveram suas fundamentais escolhidas visando ao alinhamento dos parciais do espectro acima citado. Na figura 6 podemos observar as razões das díades tocadas e o alinhamento dos parciais em cada uma das díades.

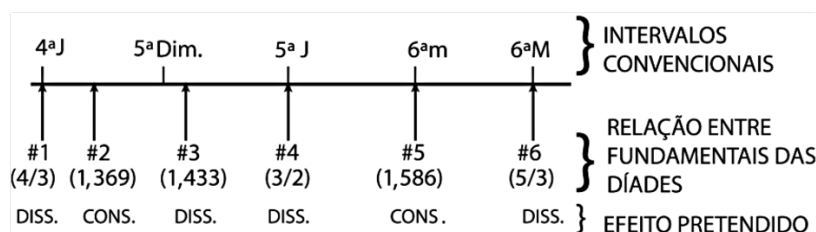


Fig. 6. Díades executadas no experimento (figura adaptada de Geary, 1980).

O experimento contou com 14 participantes com experiência musical variada. Nele os participantes eram expostos a dois pares de díades, tocadas uma após a outra, e deveriam escolher qual era mais consonante, ou não escolher nenhuma das duas. Os participantes selecionavam por meio de um formulário as díades que consideravam mais consonantes. Se uma díade fosse selecionada todas as vezes que é comparada com as outras 5 díades, ela era considerada totalmente consonante (*rating=5*). Se ela nunca era selecionada, era considerada totalmente dissonante (*rating=0*). Uma resposta indecisa acrescentava $\frac{1}{2}$ ponto na estimativa de ambas as díades.

A figura 7 nos mostra o resultado do experimento. Podemos identificar nas respostas uma clara tendência a considerar mais consonantes as díades construídas visando evitar o choque entre os parciais, ou seja, os sons inarmônicos (díades #3 e #5). Dos 14 participantes avaliados, três produziram resultados totalmente compatíveis com a hipótese do experimento. Esses participantes possuíam mais de 10 anos de experiência musical. A partir de um teste de significância, constatou-se que apenas 2 participantes ficaram muito abaixo do resultado esperado, enquanto os outros 12 ficaram próximos do resultado esperado pelo teste.

Ao mostrar caminhos para a exploração da dissonância em timbres inarmônicos, o experimento de Geary contribuiu para ampliar as perspectivas no uso artístico deste conhecimento, como veremos no tópico a seguir.

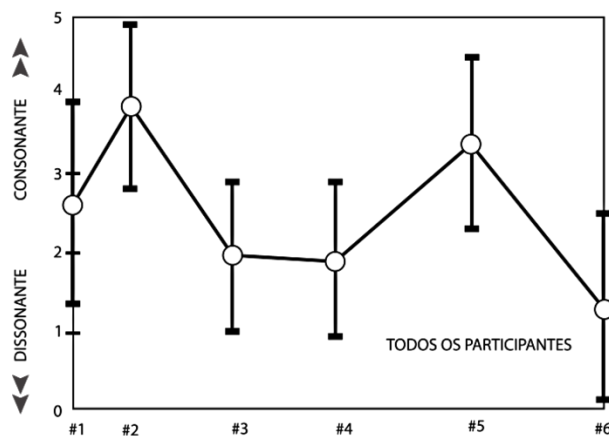


Fig. 7. Resultado da escolha dos participantes para cada díade (figura adaptada de Geary, 1980).

4. Práticas criativas musicais: revisitando a consonância e a dissonância

A psicoacústica é uma das disciplinas que inspirou muitos processos criativos no século XX. Os processos de síntese sonora utilizados pelas escolas de música eletrônica, a técnica de micropolifonia de György Ligeti e o grupo de compositores que ficou conhecido como Escola Espectral (Zubén, 2005) são exemplos de como esse conhecimento foi aplicado na composição musical. Citamos aplicações que se utilizam dos modelos preditivos para dissonância: um método de síntese sonora para minimizar a dissonância sensorial em escalas do temperamento por igual, e um exemplo de projeto de instrumentação envolvendo o mapeamento de teclado convencional para a execução de timbres e escalas que exploram um espaço dissonante projetado.

4.1. Da análise à síntese da dissonância: espectros consonantes para escalas do temperamento por igual

O advento de modelos objetivos para análise e cálculo da dissonância vêm naturalmente fomentar novas e interessantes aplicações dos algoritmos de estimação da rugosidade entre tons com frequência/amplitude/modulações conhecidas com o propósito de modelar intencionalmente escalas e espectros tímbricos que exibam graus de consonância determinados/desejados.

Sethares (1998) e Pierce (1966) trabalharam na construção de espectros vinculados a escalas musicais. A construção de timbres vinculados com escalas tem por objetivo minimizar a dissonância sensorial reduzindo-se a rugosidade via manipulação do espectro. Alguns trabalhos mais recentes têm realizado a construção de espectros vinculados a escalas do temperamento por igual como o espectro construído por Silva; Bayeh e Faria (2017) vinculado a uma escala 8-tet. Os autores consideram três requisitos na construção do espectro: (a) o uso da razão do menor intervalo da escala pretendida; (b) a escolha de parciais que privilegiem um conjunto de classe de alturas¹⁵ arbitrária; e (c) a garantia de distribuição dos parciais através das bandas críticas. As frequências dos parciais do espectro 8-tet gerado por eles estão ilustradas na figura 8.

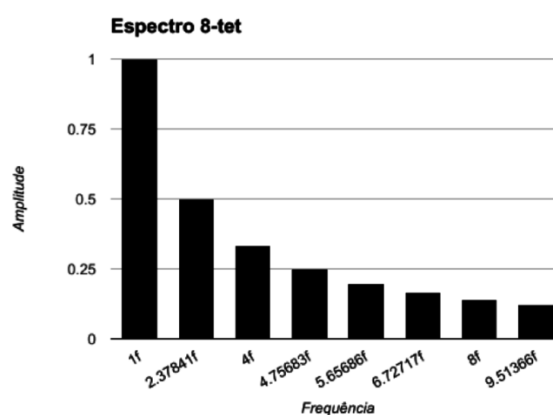


Fig. 8. Exemplo de timbre vinculado com escala do temperamento por igual a partir da técnica de minimização da dissonância. Parciais de um espectro inarmônico construído vinculado a uma escala 8-tet (Silva, Bayeh & Faria, 2017).

A partir de uma curva de cálculo de dissonância usando o modelo de Vassilakis (eq. 12) e a somatória de Sethares (eq. 7), podemos inferir os níveis de dissonância do espectro construído por Silva, Bayeh e Faria (2017) em cada passo da escala 8-tet para 6 parciais (figura 9).

¹⁵ Terminologia tomada da teoria da música pós-tonal, o conceito de classe de altura (*pitch class*) tem seu princípio na equivalência de oitavas e entende como pertencente à mesma classe de altura qualquer conjunto de notas que se distancie por passos de oitava. (Straus, 2000).

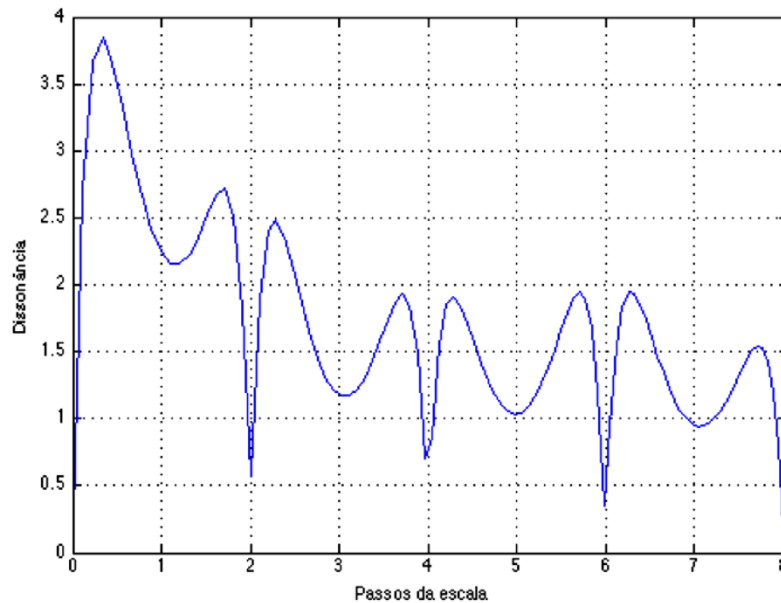


Fig. 9. Curva de dissonância do espectro 8-tet de Silva; Bayeh e Faria (2017) de acordo com a função de dissonância de Vassilakis. Plotada com MATLAB.
Note os mínimos nos passos pares.

Os níveis mais altos de consonância estão nos passos 0, 2, 4, 6 e 8 da curva, confirmando a eficácia do método em minimizar a dissonância em passos escolhidos da escala.

É interessante notar que nestes métodos o uso da razão do intervalo da escala tem por objetivo propiciar o alinhamento dos parciais do espectro com as oitavas dos passos da escala pretendida. Quanto a escolha de parciais que privilegiem uma *classe de alturas*, esta tem como objetivo a construção de tendências harmônicas baseado nas relações de consonância, tendo como fim processos criativos. Esse processo tem inspiração tanto na série harmônica, que privilegia a tríade como acorde típico da escala diatônica, quanto nos espectros desenvolvidos por Sethares (1998) e Pierce (1966). Já a distribuição dos parciais por banda crítica tem como finalidade evitar rugosidades e batimentos entre os parciais de um som complexo.

Uma limitação constatada no método é a impossibilidade de obter uma maior minimização da dissonância em passos da escala que estejam dentro da mesma banda crítica. No entanto, essa minimização é eficaz em passos da escala que possuam a distância maior que uma banda crítica.

4.2. Instrumentação contemporânea para o espaço dissonante

Haja vista a facilidade de criação de timbres e a modelagem de escalas usando-se sintetizadores digitais, torna-se viável a concepção de instrumentos que explorem o espaço dissonante para propósitos artísticos os mais diversos. Um exemplo de proposta implementada

com um *patch* de *PureData* usa um controlador MIDI para executar escalas do temperamento por igual de 5 a 24 divisões em que a dissonância dos intervalos é intencionalmente modelada (Silva & Faria, 2017).

A primeira informação que o usuário deve escolher no *patch* é qual das divisões acima citadas ele deseja executar. O programa calcula a razão da escala e então a executa, mapeando os valores MIDI das teclas de um controlador aos passos (intervalos) da escala, e daí controla um sintetizador de *consonância aumentada*, também implementado em *Pure Data*.

O resultado para a execução das escalas é que cada uma terá a extensão de sua n-tet. A 5-tet tem a extensão de 5 teclas, a 6-tet, de seis teclas, e assim por diante. Uma vantagem dessa configuração é que, embora as alturas sejam realocadas em lugares diferentes no teclado, a tocabilidade é mantida pela *expertise* de um intérprete treinado na *performance* em teclados, e além disso pode-se empregar a escrita musical já estabelecida para a notação das escalas de 5 a 17 divisões. Basta que o compositor e intérprete mapeiem qual passo da escala está em cada tecla, o que é facilmente realizável utilizando a conversão de intervalos. Por exemplo: se a escala 5-tet ocupa 5 teclas do teclado, isso significa que ela se repete a cada 4J do teclado.

5. Conclusões

Neste artigo abordamos o conceito de dissonância sensorial, buscando revelar uma linha de condução entre os principais modelos práticos e determinísticos baseados na fisiologia do ouvido desenvolvidos para ela, desde o século XIX, bem como a pluralidade de suas formulações.

Apresentamos a abordagem de Tenney (1978), que trata o termo dissonância sob uma perspectiva histórica, tendo como foco questões ligadas à teoria da música a partir de relações numéricas puras (CCD 1), da prática do contraponto e da harmonia (CCD 2, 3 e 4) e da fisiologia do ouvido (CCD 5). Partindo dessa contextualização, delimitamos o foco do estudo na dissonância sensorial, excluindo parâmetros culturais da discussão.

Realizamos uma revisão histórica do conceito e principais modelos, iniciando com a teoria dos batimentos de Helmholtz (1875), e de sua revisão com o trabalho de Plomp e Levelt (1965). Como desdobramentos destes, verificamos propostas para a modelagem da dissonância sensorial através de autores como Hutchinson e Knopoff (1978), William Sethares (1998) e Pantelis Vassilakis (2001), tomando esses dois últimos como fontes principais, por conta de seus modelos objetivos terem sido validados com testes subjetivos cujos resultados

demonstram um melhor desempenho destes na avaliação de rugosidade e dissonância.

Na esteira de uma pesquisa revisional e prospectiva, apresentamos aplicações práticas resultantes desta teoria, com perspectivas inovadoras para processos de criação musical, como por exemplo a síntese sonora baseada em filtros de bandas críticas, que tem como finalidade a criação de timbres com dissonância reduzida para escalas do temperamento por igual, bem como a luteria contemporânea utilizando-se superfícies controladoras MIDI, como realizado por Silva e Faria (2017).

Ainda com relação ao desenvolvimento de práticas criativas, embora os procedimentos composicionais tenham como pano de fundo a psicoacústica e embora os modelos de dissonância tenham alto impacto na escuta, estes ainda foram poucos explorados na composição musical. Dessa maneira, os modelos de dissonância abrem alas para processos composicionais inovadores que podem ser significativos para a música atual. Exemplos podem ser encontrados nas composições de Sethares (1998), que utilizam espectros relacionados com escalas baseadas em modelos de dissonância, e nas ferramentas para improvisação desenvolvidas por Porres (2012) com afinações adaptativas baseadas em modelos de dissonância.

36

Esse trabalho coloca em perspectiva ainda trabalhos futuros para uma investigação estatisticamente mais sólida acerca da consonância em espectros inarmônicos, por meio por exemplo da realização de testes subjetivos. Embora os modelos aqui expostos sejam amplamente aceitos em estudos de psicoacústica, sua validação está baseada quase que completamente em testes subjetivos com sons harmônicos, embora o modelo ofereça uma computação para sons inarmônicos.

Reconhecendo o avanço notável conquistado até então para o entendimento e quantificação da dissonância sensorial, graças aos trabalhos apresentados, notamos também entre eles lacunas e diferenças em materiais (exemplo: espectros sonoros), métodos experimentais (exemplo: número e qualificação de participantes) e na modelagem matemática (exemplo: fatores empíricos usados para ajustes paramétricos e aproximações a curvas).

É notável a diversidade em métricas e metodologias adotadas para os experimentos desde 1965, destacando-se pontos fortes (seleção de participantes com treinamento musical propiciando a confirmação de hipóteses e correlações esperadas) que permitiram expandir o entendimento do mecanismo funcional da dissonância, mas também pontos frágeis (falta de padronização nos procedimentos experimentais entre os trabalhos, aplicação de ajustes paramétricos com escalamento linear a fenômenos sensoriais, número reduzido de participantes e critérios de inclusão e exclusão pouco esclarecidos).

A quantidade de variações possíveis e o forte contexto transdisciplinar afinal envolvido concorrem para um quadro ainda inconcluso neste conhecimento, e sugere haver aqui um fator de complexidade similar ao encontrado em sistemas dinâmicos complexos, o que certamente abre caminho para investigações adicionais.

Referências

- Abdounur, O. J. (1999). *Matemática e música*. Escrituras Editora.
- Barlow, C. (2008). Von der Musiquantenlehre. *Feedback Papers*. Vol. 34, 2 vols. Feedback Studio Cologne, Germany.
- Barlow, C. (2014). *The structure of recognizable diatonic tunings*. Princeton University Press.
- Baltzer, R. J. G. (2001). *Grove Music Online*. <http://www.oxfordmusiconline.com/grovemusic/view/10.1093/gmo/9781561592630.001.0001/omo-9781561592630-e-0000014358>. Acesso em 13.03. 2018.
- Bistafa, S. R. (2008). *Acústica aplicada ao controle do ruído*. Edgard Blücher.
- Helmholtz, H., & Ellis, A. J. (1875). *On the sensations of tone: As a physiological basis for the theory of music*.
- Hoppin, R. H. (1978). *Medieval Music*. Norton.
- Hutchinson, W., & Knopoff, L. (1978). The acoustic component of Western consonance. *Interface*, v. 7, n. 1, 1–29.
- Koellreutter, H.-J. (1980). *Harmonia funcional: introdução à teoria das funções harmônicas*. São Paulo: Ricordi Brasileira.
- Mathews, M. V., & Pierce, J. R. (1988). Theoretical and experimental explorations of the Bohlen–Pierce scale. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 84, n. 4, 1214–1222.
- Plomp, R. & Levelt, W. J. M. (1965). Tonal consonance and critical bandwidth. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 38, n. 4, 548–560.
- Pierce, J. R. (1966). Attaining consonance in arbitrary scales. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 40, n. 1, 249–249.
- Porres, A. T. (2007). *Processos de composição microtonal por meio do modelo de dissonância sensorial* (Dissertação de mestrado). Unicamp.
- Porres, A. T. (2012). *Modelos psicoacústicos de dissonância para eletrônica ao vivo* (Tese de Doutorado). Universidade de São Paulo.
- Rameau, J.-P. (1722). *Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels*. Imp. de J.-B.-C. Ballard.

- Sethares, W. A. (1998). *Tuning, timbre, spectrum, scale*. Springer Science & Business Media.
- Silva, M. A., & Faria, R. R. A. (2017). Duas propostas de adaptação de escalas do temperamento por igual utilizando o teclado de um controlador MIDI. In: 4th International Meeting of Musical Theory and Analysis, 2017, São Paulo. *Proceedings of the 4th International Meeting of Musical Theory and Analysis*. São Paulo, Escola de Comunicações e Artes, pp. 397–406.
- Silva, M. A., Bayeh, R., & Faria, R. R. A. (2017). An algorithm to generate spectra by decreasing sensory dissonance in equal tempered scales. III Congreso Internacional de Ciencia Y Tecnología Musical. Buenos Aires, Argentina. *Memorias del III Congreso Internacional de Ciencia y Tecnología Musical 2017*. Buenos Aires, EDAMus, pp. 29–33.
- Tenney, J. (1988). *A history of "consonance" and "dissonance"*.
- Terhardt, E. (1974). Pitch, consonance, and harmony. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 55, n. 5, 1061–1069.
- Vassilakis, P. N. (2001). *Perceptual and physical properties of amplitude fluctuation and their musical significance* (Tese de Doutorado). University of California, Los Angeles.
- Zuben, P. (2005). *Ouvir o som*. Ateliê Editorial.
- Zwicker, E. (1961). Subdivision of the audible frequency range into critical bands (Frequenzgruppen). *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 33, n. 2, 248–248.
- Zwicker, E., & Fastl, H. (1999). *Psychoacoustics: facts and models*. Springer Science & Business Media.