Percepta, 14, e026009
ISSN 2318-891X
https://www.abcogmus.com/journals
©2026 dos autores

Temperamentos da Via Láctea:
uma proposta de cinco sistemas de afinação bem-temperada

EDUARDO CONDE GARCIA JR[1]

Resumo

Ao longo da história da música, os sistemas de afinação da tradição ocidental podem ser agrupados em quatro categorias: afinação pitagórica, temperamentos mesotônicos, bons temperamentos e temperamento igual. Todos envolvem diferentes formas de redistribuição das comas pitagórica e/ou sintônica. Esta pesquisa propõe cinco novos sistemas de afinação inspirados na estrutura da Via Láctea (Norma-Cygnus, Scutum-Crux, Carina-Sagittarius, Órion e Perseus), inseridos na categoria dos bons temperamentos. A metodologia adotou abordagem empírico-teórica, articulando modelagem matemática, experimentação auditiva e prática de afinação pianística, com análise dos desvios intervalares e das relações de batimentos entre terças maiores e quintas justas. Como resultado, foram obtidos cinco sistemas bem-temperados com diferentes configurações intervalares, ampliando os modelos disponíveis para investigação dos temperamentos e para a prática contemporânea de afinação pianística.

Palavras-chave: bons temperamentos, afinação, temperamento musical, piano.

Milky Way temperaments: a proposal of five well-tempered tuning systems

Abstract

Throughout the history of music, tuning systems in the Western tradition can be grouped into four categories: Pythagorean tuning, meantone temperaments, well temperaments, and equal temperament. All of them involve different forms of redistribution of the Pythagorean and/or syntonic commas. This study proposes five new tuning systems inspired by the structure of the Milky Way (Norma-Cygnus, Scutum-Crux, Carina-Sagittarius, Orion, and Perseus), situated within the category of well temperaments. The methodology adopted an empirical-theoretical approach, combining mathematical modeling, auditory experimentation, and piano tuning practice, with analysis of interval deviations and beat relationships between major thirds and perfect fifths. As a result, five well-tempered systems with distinct intervallic configurations were obtained, expanding the range of models available for investigation of temperaments and for contemporary piano tuning practice.

Keywords: well temperaments, musical tuning, musical temperaments, piano.

1 Universidade Federal de Sergipe – UFS – São Cristóvão, SE
E-mail: condegarcia@academico.ufs.br
https://orcid.org/0009-0000-7674-4012

Recebido em 13 de julho de 2026; aceito em 11 de setembro de 2026.
https://doi.org/10.34018/2318-891X.14e026009

Este texto está sob licença CC BY de Atribuição 4.0 International

Introdução

Os sistemas de afinação na música ocidental podem ser organizados em quatro grandes categorias: afinação pitagórica, temperamentos mesotônicos, bons temperamentos e temperamento igual. Os temperamentos podem ser compreendidos como sistemas de afinação em que terças maiores e quintas justas são organizadas por meio de diferentes graus de pureza, compressão ou alargamento, tornando possível a utilização de diferentes tonalidades em instrumentos de altura fixa. Esse processo produz distintos desvios em quintas justas e terças maiores, preservando-se a oitava como referência estrutural do sistema (Sturm, 2010).

A afinação pitagórica, amplamente usada na Antiguidade e Idade Média, é obtida através do empilhamento de 12 quintas justas (5J) puras[1], quando a última nota deveria fechar o ciclo de quintas. Esta, por sua vez, termina 23,46 cents[2] acima da primeira nota, gerando a coma pitagórica. Por outro lado, a comparação entre o empilhamento de quatro quintas justas puras com duas oitavas justas e uma terça maior (3M) resulta em uma diferença de 21,51 cents, gerando a coma sintônica, ou "coma de Dídimo". Os sistemas de afinação a partir do Renascimento envolvem diferentes formas de diluição dessas comas.

Durante o Renascimento (c.1400 – 1650), os temperamentos mesotônicos favoreceram determinadas tonalidades, limitando a circulação harmônica (Zumpano & Goldemberg, n.d.), pois não era possível se tocar em qualquer tonalidade nem tampouco quaisquer harmonias. A prioridade estética, neste período da música, era favorecer a pureza das terças maiores em detrimento das quintas justas. Na maior parte dos casos, usavam-se diluições da coma sintônica.

No Barroco (1650 – 1750), Classicismo (1750 – 1800) e entrando no Romantismo (1800 – 1880) os bons temperamentos possibilitaram a mobilidade tonal por meio da diluição desigual da coma pitagórica, preservando a identidade de cada harmonia ou tonalidade: "cada tonalidade, em um bom temperamento, tem uma coloração tonal característica ou identidade que a distingue das demais"[3] (Sethares, 2005, p. 65, tradução nossa). A prioridade, a partir de então, voltou-se para uma maior pureza das quintas justas em detrimento das terças maiores, em comparação com os temperamentos mesotônicos, embora

1 Sem batimentos.
2 100 cents = 1 semitom
3 Each key in a well temperament has a unique tone color, key-color, or character that makes it distinct from all others.

diferentes graus de desvio fossem mantidos para possibilitar a distribuição da coma pitagórica e o fechamento do ciclo.

No século XX, consolidou-se o temperamento igual, que "satisfez as necessidades de compositores desde o Classicismo" (True, 2018, p. 72, tradução nossa) e padronizou as relações intervalares, mas reduziu as diferenças tímbricas entre harmonias. O temperamento igual começou a ser experimentado a partir do segundo quarto do século XIX e foi usado juntamente com os bons temperamentos até o início do século XX (Duffin, 2007), quando a intensificação do cromatismo e a gradual diluição das funções tonais contribuíram para a perda da centralidade da identidade tonal na composição musical. A partir de então, o temperamento igual consolidou-se como padrão moderno de afinação, favorecendo a execução em tonalidades distantes e a expansão do cromatismo, mas reduzindo as diferenças acústicas entre as harmonias.

Os bons temperamentos começaram a perder espaço, permanecendo associados nos dias de hoje especialmente à prática de performance historicamente informada e à formação especializada em música antiga. Ainda assim, tendo em vista que grande parte do repertório tocado atualmente por pianistas permanece fundamentada na linguagem tonal, coloca-se a seguinte questão: seria possível retomar o uso de bons temperamentos na prática pianística contemporânea, especialmente em salas de concerto, de modo a ampliar a paleta expressiva e recuperar diferentes identidades harmônicas sem comprometer a mobilidade tonal exigida pelo repertório?

Esta pesquisa tem como objetivo desenvolver cinco sistemas de afinação bem-temperada, inspirados estruturalmente na Via Láctea e orientados por diferentes princípios estéticos e acústicos, mediante a distribuição controlada das comas pitagórica e sintônica e a experimentação das relações de batimentos entre terças maiores e quintas justas, buscando preservar identidades harmônicas diferenciadas entre tonalidades sem comprometer a mobilidade harmônica exigida pelo repertório tonal.

Fundamentação Teórica

Para compreendermos como surgiram os diversos temperamentos na história da música, é necessário voltar nossa atenção para a antiguidade, quando Pitágoras de Samos (c. 570 a.C. – 495 a.C.), em seus estudos com o monocórdio, descobriu uma anomalia da natureza: ele percebeu que, ao se afinar quintas justas puras consecutivas, mantendo-as dentro de uma oitava

(quinta justa acima – quarta justa abaixo), fechando o ciclo de quintas, a última nota, que deveria ser enarmonicamente igual à primeira, fica mais aguda em 23,46 cents. Este pequeno intervalo foi posteriormente denominado de coma pitagórica. Ao tentar igualar a nota final à inicial, a última quinta do ciclo finda por se tornar extremamente desafinada, até para ouvidos menos treinados. Deu-se o nome deste intervalo de quinta do lobo. Este intervalo estaria comprimido em exatamente uma coma pitagórica.

Alguns séculos depois, em I a.C., o teórico musical grego Didymus (século I a.C. - I d.C.) – Dídimo, o músico – descobriu uma nova anomalia: comparou o empilhamento de quatro quintas justas puras com aquele de duas oitavas e uma terça maior pura. A nota final da sequência de quintas justas, apesar de ser de mesmo nome daquela outra, finda por ser 21,51 cents mais aguda. Surgiu, assim, a coma sintônica, ou coma de Didymus. Uma outra forma de se alcançar a coma sintônica é apresentada por Scholtz: "a coma sintônica é definida como a diferença entre a afinação pitagórica e a afinação justa da terça maior"[4] (Scholtz, 1998, rodapé 1, tradução nossa).

A origem de qualquer temperamento na história da música gira em torno de como distribuir as comas sintônica e/ou pitagórica nas 12 quintas justas existentes na escala cromática.

Sistemas de afinação na tradição ocidental

As comas pitagórica e sintônica descritas anteriormente possibilitaram a criação de mais de 100 temperamentos ao longo da história da música. A seguir, serão abordados os procedimentos gerais de cada sistema de afinação.

Afinação pitagórica

A afinação pitagórica caracteriza-se pela preservação das quintas puras, concentrando a coma pitagórica em uma única quinta do lobo. Embora tenha sido amplamente utilizada na música medieval, suas limitações restringiam significativamente a mobilidade harmônica. Segundo Beebe (n.d., seção "Temperaments III: Pythagorean", tradução nossa), o intervalo desafinado entre G#-Eb "soa horrível, sendo plenamente merecedor de seu nome: o lobo"[5].

O problema decorre do fechamento do ciclo de quintas: após onze quintas puras, a décima segunda precisa absorver a

4 the syntonic comma is defined as the difference between the Pythagorean tuning and just tuning of the major third.
5 sounds hideous, and well-deserving of its name, the wolf

diferença acumulada, resultando em um intervalo que se afasta significativamente da quinta justa. Kersting (2026, p. 57) descreve esse procedimento e observa que a quinta do lobo é deslocada para outro ponto do círculo, que não cause qualquer prejuízo musical.

Temperamentos mesotônicos

Durante o Renascimento, os temperamentos mesotônicos passaram a priorizar a pureza das terças maiores em detrimento das quintas justas, distribuindo a coma sintônica ao longo do ciclo de quintas. Entre os modelos historicamente mais relevantes estiveram os temperamentos de 1/3, 1/4 e 1/6 de coma.

O sistema de 1/3 de coma, associado a Gioseffo Zarlino (1517 –1590) e Francisco de Salinas (1513–1590), subdividia a oitava em 19 notas e preservava nove terças menores puras, embora suas terças maiores fossem ligeiramente menores que as puras (Beebe, n.d.).

Já o temperamento de 1/4 de coma, frequentemente relacionado a Nicola Vicentino (1511–1576) e ao archicembalo, subdividia a oitava em 31 notas e preservava oito terças maiores puras, sendo particularmente adequado ao repertório de Frescobaldi, Sweelinck e Louis Couperin (Barbour, 1951; Beebe, n.d.).

O sistema de 1/6 de coma, posteriormente associado a Silbermann, representou uma forma mais moderada de mesotonicidade, ainda presente em parte da prática musical barroca (Barbour, 1951). A partir desses modelos, autores como Jean-Philippe Rameau e Michel Corrette propuseram variantes mesotônicas modificadas, evidenciando a permanência histórica da busca por equilíbrio entre consonância intervalar e flexibilidade harmônica (Rasch, 2009).

Bons temperamentos

Os bons temperamentos, também denominados temperamentos desiguais, surgiram da necessidade de ampliar a mobilidade tonal sem eliminar completamente as diferenças acústicas entre as tonalidades. Diferentemente dos sistemas mesotônicos, nos quais determinadas regiões harmônicas permaneciam impraticáveis devido à presença da quinta do lobo, os bons temperamentos redistribuíam integralmente a coma pitagórica ao longo do ciclo de quintas, porém de maneira desigual, preservando contrastes intervalares e evitando quintas inutilizáveis. Consolidaram-se sobretudo entre o final do Barroco

e o início do Romantismo, período em que a expansão da tonalidade funcional passou a exigir maior flexibilidade harmônica.

Embora associados principalmente aos séculos XVII e XVIII, modelos embrionários de bons temperamentos já apareciam anteriormente. Henricus Grammateus (c.1495–c.1525), por exemplo, propôs em 1518 um sistema no qual duas quintas eram comprimidas em meia coma pitagórica, mantendo as demais puras e evitando a concentração integral da coma em uma única quinta do lobo. Soluções semelhantes também foram sugeridas por Bartolomeo Ramis de Pareia (1482), Martin Agricola (1539, 1543 e 1545) e John Dowland (1610), evidenciando tentativas iniciais de flexibilização do sistema pitagórico.

A consolidação dos bons temperamentos ocorreu, entretanto, a partir das propostas de Andreas Werckmeister (1645–1706), um dos principais defensores da circulação tonal no final do século XVII. Entre seus sistemas, "o temperamento Werckmeister III se tornou o mais difundido e famoso"[6] (Broekaert, 2019, tradução nossa). Segundo Beebe (n.d., seção "TEMPERAMENTS VII: Werckmeister III"), esse modelo provavelmente foi concebido para facilitar a adaptação de órgãos originalmente mesotônicos a um sistema capaz de atender às novas exigências harmônicas da música barroca.

A partir de Werckmeister, diversos teóricos propuseram soluções particulares para o equilíbrio entre consonância, mobilidade tonal e identidade acústica das tonalidades. Johann Philipp Kirnberger (1721–1783), Johann Georg Neidhardt (1680–1739), Francesco Antonio Vallotti (1697–1780), Thomas Young (1773–1829), Friedrich Wilhelm Marpourg (1718–1795) e Johann Heinrich Lambert (1728–1777) desenvolveram diferentes estratégias de distribuição da coma pitagórica, buscando equilibrar funcionalidade harmônica, estabilidade acústica e diferenciação tonal.

Apesar das diferenças estruturais entre esses sistemas, os bons temperamentos compartilhavam um princípio comum: equilibrar mobilidade tonal e diferenciação acústica entre tonalidades. Assim, não podem ser compreendidos apenas como soluções matemáticas para o problema das comas, mas também como modelos estéticos de organização sonora, nos quais a distribuição desigual das tensões intervalares contribuía diretamente para a expressividade harmônica e para a percepção das diferentes tonalidades.

6 Werckmeister III temperament became widespread and famous.

Temperamento igual

No decorrer do século XIX, a intensificação do cromatismo harmônico e a gradual diluição das funções tonais contribuíram para a consolidação do temperamento igual. Nesse sistema, a coma pitagórica é distribuída uniformemente entre as doze quintas do ciclo de quintas, neutralizando diferenças acústicas significativas entre tonalidades. Conforme afirma Scholtz (1998, tradução nossa), "o temperamento igual achata as quintas (e eleva as quartas) em 1/12 de uma coma pitagórica"[7]. Embora tal sistema tenha favorecido a expansão do repertório cromático e posteriormente atonal, ele também reduziu as distinções tímbricas características dos bons temperamentos históricos.

Considerando-se, entretanto, que grande parte do repertório pianístico executado atualmente permanece fundamentada em estruturas tonais, torna-se pertinente investigar a possibilidade de retomada contemporânea dos bons temperamentos como recurso expressivo capaz de ampliar a diferenciação acústica entre harmonias sem comprometer a mobilidade tonal.

Modelagem matemática e analogias estruturais

Relações de frequência e distribuição intervalar

Os sistemas de afinação da tradição ocidental fundamentam-se em relações matemáticas de frequência, que determinam a organização dos intervalos e a distribuição das comas. A relação entre duas frequências pode ser expressa em cents pela fórmula:

$$c = -1200 \log_2 \left(\frac{f_1}{f_2} \right)$$

em que "c" representa o intervalo em cents, f_1, a frequência maior e f_2, a menor. O sistema de cents divide a oitava em 1200 unidades logarítmicas, permitindo representar numericamente pequenas diferenças intervalares (Wright, 2009).

A quinta justa corresponde à razão 3:2, ou aproximadamente 701,955 cents. A diferença acumulada entre doze quintas justas e sete oitavas corresponde à coma pitagórica, de aproximadamente 23,46 cents. Já a diferença entre quatro quintas justas puras empilhadas e duas oitavas e uma terça maior pura corresponde à coma sintônica, de aproximadamente 21,51 cents (Jorgensen, 1991; Wright, 2009).

7 Equal temperament flattens the fifths (and sharpens the fourths) by 1/12 of a Pythagorean comma.

Nos bons temperamentos, a distribuição da coma pitagórica entre as quintas não constitui apenas um procedimento matemático, mas também um recurso para produzir diferentes perfis acústicos entre as tonalidades. A magnitude e a localização dos desvios em relação às quintas justas interferem nas relações intervalares que compõem as harmonias, contribuindo para diferentes graus de estabilidade, tensão e diferenciação tonal.

Para operacionalizar esses cálculos, foi desenvolvida pelo autor uma calculadora de temperamentos musicais em planilha do Excel, utilizada como ferramenta de modelagem dos sistemas propostos. A ferramenta permite inserir as frequências das notas, calcular os desvios intervalares em cents, quantificar a distribuição das comas ao longo do ciclo de quintas e representar os resultados por meio de valores numéricos e gráficos. Dessa forma, a calculadora constituiu uma ferramenta de mediação entre a representação matemática dos intervalos e sua experimentação auditiva.

O procedimento de construção dos sistemas seguiu uma sequência interativa: inicialmente, foram inseridas na calculadora as frequências das notas no registro estabelecido, de acordo com a sonoridade desejada, e calculados os intervalos em cents. Em seguida, os desvios de cada quinta em relação à quinta justa foram analisados e relacionados à coma pitagórica, permitindo identificar as respectivas representações fracionárias. A distribuição desses desvios ao longo do ciclo de quintas foi então examinada à luz dos critérios estruturais, acústicos e estéticos definidos para cada sistema. Os resultados eram posteriormente submetidos à experimentação auditiva, que orientava novos ajustes nas frequências e, consequentemente, na configuração das comas.

Natureza, cosmologia e metáforas estruturais

Ao longo da história da música ocidental, diferentes autores estabeleceram relações entre harmonia musical, matemática e natureza. Mais do que simples construções abstratas, os sistemas de afinação foram frequentemente compreendidos como reflexos proporcionais da ordem natural.

A associação entre fenômenos musicais e astronomia foi proposta desde a antiguidade, com a concepção pitagórica de *Harmonia das Esferas*, segundo a qual os movimentos dos corpos celestes obedeceriam a proporções matemáticas análogas às relações musicais, constituindo uma forma de harmonia cósmica (Godwin, 1993).

De maneira semelhante, Johannes Kepler compreendia o cosmos como manifestação racional da mente divina, estruturada segundo proporções matemáticas análogas às relações musicais (Kepler, 1997). Nesse contexto, a harmonia musical era concebida como reflexo da própria organização do universo.

Em sua *Harmonologia*, Andreas Werckmeister relaciona explicitamente organização cósmica e harmonia musical ao afirmar que "também temos esse espelho do céu e da natureza [Himmels- und Natur-Spiegel] na harmonia musical"[8] (Werckmeister, 1702, como citado em Yearsley, 2002, p. 20, tradução nossa). Segundo Yearsley (2002, p. 20, tradução nossa), "o contraponto era compreendido como uma representação do cosmos ordenado divinamente"[9].

A utilização da Via Láctea como referência conceitual para os sistemas de afinação propostos nesta pesquisa insere-se nessa tradição histórica de aproximação entre música, matemática e cosmologia. Assim como a compreensão da estrutura galáctica depende da observação de distribuições, tensões e relações proporcionais, os sistemas de temperamento podem ser compreendidos como formas de organização controlada das tensões acústicas presentes no ciclo de quintas.

Dessa maneira, a analogia cosmológica utilizada neste trabalho não possui caráter meramente ilustrativo, mas constitui elemento conceitual para a elaboração estética dos cinco sistemas de afinação apresentados.

Metodologia

Esta pesquisa caracteriza-se como um estudo de natureza interdisciplinar, envolvendo teoria musical, acústica, matemática aplicada e prática de afinação pianística. O trabalho adota abordagem qualitativa e quantitativa, articulando modelagem matemática, experimentação acústica, avaliação auditiva e análise comparativa na elaboração de cinco novos sistemas de afinação bem-temperada: *Norma-Cygnus*, *Scutum-Crux*, *Carina-Sagittarius*, *Órion* e *Perseus*.

A investigação fundamenta-se em método empírico-teórico, no qual os referenciais históricos e matemáticos relativos aos sistemas de afinação orientam a construção prática dos temperamentos, enquanto a experimentação auditiva e acústica orienta a avaliação e o refinamento de suas características

8 We also have this mirror of heaven and nature [Himmels- und Natur-Spiegel] in musical Harmony.

9 Counterpoint was understood as a representation of the divinely ordered cosmos.

acústicas e estéticas. Partiu-se do pressuposto de que os bons temperamentos históricos não constituem apenas estruturas matemáticas abstratas, mas sistemas sonoros concebidos para produzir identidades harmônicas específicas, perceptíveis auditivamente em diferentes tonalidades.

Construção do referencial teórico

Para a constituição do corpus teórico, realizou-se levantamento bibliográfico sistematizado nas bases *SciELO* e *ProQuest*, abrangendo o período de 2012 a 2025. Inicialmente, utilizaram-se, em português, os descritores "afinação", "temperamento musical", "coma pitagórica" e "coma sintônica". Em razão da baixa especificidade dos resultados obtidos, optou-se posteriormente pela utilização dos descritores em língua inglesa "well-tempered tuning", "pythagorean comma" e "syntonic comma", os quais apresentaram maior aderência ao escopo da pesquisa.

A busca concentrou-se nas áreas de música, acústica, matemática e física. Foram adotados como critérios de inclusão: (a) pertinência temática; (b) disponibilidade integral do texto; (c) discussão direta sobre sistemas de afinação, temperamentos históricos ou modelagem intervalar; e (d) relevância metodológica para a construção de temperamentos contemporâneos. Excluíram-se trabalhos que abordavam afinação exclusivamente sob perspectiva eletrônica, síntese sonora digital ou processamento computacional desvinculado da prática acústica instrumental. Após aplicação dos critérios de seleção, seis estudos foram incorporados ao corpus analítico principal, complementados por tratados históricos, obras de referência e literatura musicológica especializada.

Fundamentação matemática dos temperamentos

A elaboração dos cinco sistemas propostos baseou-se na distribuição controlada da coma pitagórica — e, em casos específicos, da coma sintônica — ao longo do ciclo de quintas. Considerou-se como princípio estrutural que um bom temperamento deve eliminar a quinta do lobo sem neutralizar completamente as diferenças acústicas entre tonalidades.

A modelagem intervalar foi realizada mediante cálculo das frequências relativas das doze quintas da escala cromática, tomando-se como referência a quinta justa pura e os desvios expressos em cents. A partir desses parâmetros, estabeleceram-se diferentes estratégias de compressão, alargamento ou preservação de quintas específicas, buscando equilibrar

mobilidade tonal e contraste acústico entre diferentes harmonias e tonalidades.

Para análise quantitativa dos sistemas, desenvolveu-se uma calculadora de temperamentos musicais destinada ao cálculo dos desvios intervalares, verificação do fechamento do ciclo de quintas e geração de representações gráficas da distribuição da coma pitagórica.

As frequências foram organizadas no registro compreendido entre F3 e F4, considerando C4 como dó central, procedimento compatível com a prática profissional de afinação pianística, uma vez que essa região permite maior percepção auditiva dos batimentos intervalares.

Além dos desvios intervalares expressos em cents, a calculadora foi projetada para identificar automaticamente as representações fracionárias da coma pitagórica mais próximas dos desvios observados em cada quinta do sistema analisado. Esse procedimento permite descrever os temperamentos propostos por meio das mesmas unidades tradicionalmente empregadas na literatura histórica, possibilitando comparação direta com importantes modelos de referência.

Critérios acústicos e construtivos

A construção dos temperamentos não se limitou à obtenção de equilíbrio matemático. Foram considerados também critérios acústicos relacionados ao comportamento dos batimentos, à estabilidade harmônica e à diferenciação acústica entre as tonalidades.

Durante o processo de elaboração, foram analisados a intensidade relativa dos batimentos das quintas justas e das terças maiores, a distribuição de regiões de maior e menor tensão acústica, a sonoridade resultante de progressões harmônicas em diferentes tonalidades. Esses critérios foram considerados conjuntamente com a mobilidade tonal, de modo a evitar a quinta do lobo, comprometendo a funcionalidade harmônica do sistema.

Além dos critérios acústicos gerais, cada temperamento foi orientado por parâmetros estruturais e estéticos específicos. A distribuição das comas foi, portanto, definida de acordo com diferentes estratégias de organização intervalar, buscando produzir comportamentos acústicos diferenciados entre as regiões tonais.

Experimentação auditiva e construção das identidades harmônicas

A experimentação auditiva constituiu parte integrante do processo de elaboração dos sistemas propostos. Inúmeras experimentações foram realizadas com combinações de batimentos entre terças maiores e quintas justas, de modo a resultar na diferença identitária que pudesse aludir ao caráter sonoro pretendido para aquele temperamento. Tais sistemas de afinação foram experimentados em diferentes pianos, instrumentos de afinação fixa, cuja condição é fundamental para a implementação e avaliação de um temperamento. A experimentação não teve como finalidade realizar uma mensuração estatística da percepção de ouvintes, mas avaliar auditivamente as relações intervalares produzidas pelas configurações calculadas e verificar sua correspondência com as identidades harmônicas pretendidas.

Para cada sistema, procurou-se estabelecer diferentes graus de estabilidade e tensão nas tríades maiores e menores, de modo que determinadas regiões tonais adquirissem características acústicas próprias. Assim, a distribuição das comas não foi determinada exclusivamente por critérios de equilíbrio matemático, mas especialmente pela busca estética de uma identidade sonora pretendida para cada sistema.

A avaliação foi realizada por meio da escuta comparativa das tríades e de suas relações harmônicas em diferentes regiões tonais, com especial atenção às tonalidades consideradas estruturalmente ou musicalmente relevantes para cada temperamento. A partir dessa escuta, foram examinadas a intensidade relativa dos batimentos, a estabilidade das tríades, o contraste entre regiões tonais e a impressão de tensão ou repouso produzida pelas diferentes configurações intervalares. Esse procedimento permitiu orientar a distribuição das comas de acordo com as identidades harmônicas buscadas em cada sistema.

A definição do caráter geral de cada temperamento resultou da combinação entre a estrutura conceitual da Via Láctea e, em determinados casos, referências provenientes do repertório tonal. A Via Láctea foi utilizada como princípio organizador das diferentes configurações, associando características estruturais como simetria, assimetria, concentração e distribuição a diferentes comportamentos intervalares. As referências ao repertório, por sua vez, foram utilizadas pontualmente como fontes de inspiração para determinados sistemas e não

constituíram um modelo identitário geral para o conjunto da proposta.

Nesse sentido, as referências às sonatas de Beethoven utilizadas em *Scutum-Crux* e *Carina-Sagittarius* devem ser compreendidas como fontes específicas de inspiração estética para a definição de determinadas relações tonais, e não como fundamento único ou comum à construção dos cinco sistemas. Cada temperamento foi concebido a partir de uma combinação própria entre princípio estrutural, comportamento acústico e intenção estética.

Procedimentos analíticos

Após a construção dos sistemas, realizou-se análise comparativa entre os temperamentos propostos e modelos históricos de referência, especificamente Werckmeister III, Kirnberger III, Neidhardt *para pequenas cidades*, Neidhardt *para grandes cidades*, Vallotti e Lambert. A comparação contemplou a distribuição das comas em suas representações fracionárias ao longo do ciclo de quintas, permitindo visualizar seus desvios em relação à quinta justa pura e o comportamento acústico global de cada sistema. A identificação automática das representações fracionárias permitiu descrever os temperamentos propostos segundo a mesma linguagem empregada na literatura histórica, favorecendo sua comparação com modelos consolidados de afinação.

Os resultados foram organizados em representações gráficas, tabelas comparativas e descrições analíticas, permitindo observar como diferentes estratégias de redistribuição das comas influenciam a estrutura intervalar e as características acústicas de cada sistema.

Por fim, a interpretação dos dados fundamentou-se na articulação entre análise matemática, avaliação auditiva e prática musical, compreendendo os sistemas de afinação não apenas como construções numéricas, mas também como diferentes formas de organização sonora no contexto da tradição dos bons temperamentos.

Resultados

Desta pesquisa, resultaram cinco sistemas de afinação bem-temperada. Todos os sistemas propostos redistribuem a coma pitagórica ao longo do ciclo de quintas, porém segundo estratégias distintas de compressão, alargamento e pureza intervalar. Em nenhum deles ocorre a formação de uma quinta do lobo, característica que os insere na categoria dos bons

temperamentos. Os sistemas desenvolvidos apresentam configurações intervalares distintas.

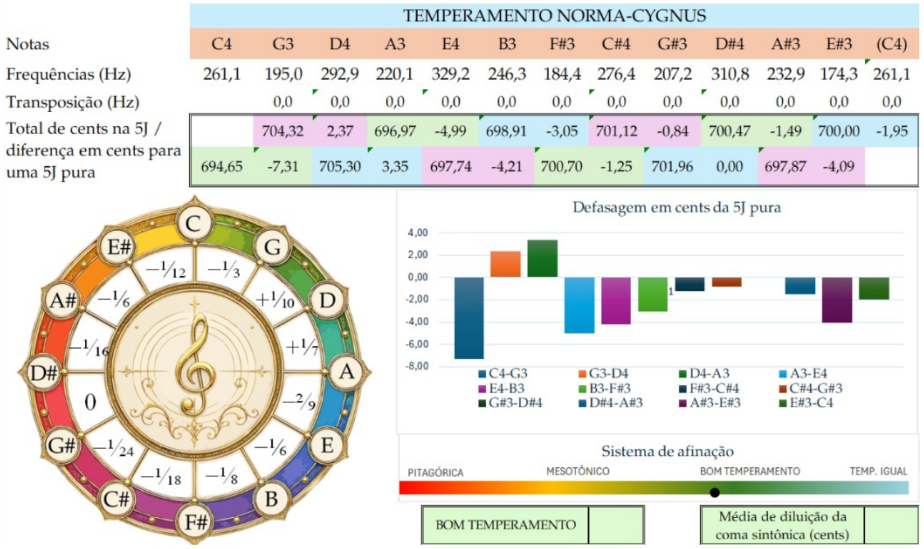
Norma-Cygnus concentra aproximadamente um terço da coma pitagórica na quinta C-G, redistribuindo o restante de forma desigual entre as demais quintas do ciclo. *Scutum-Crux* concentra a maior parte da coma em um número reduzido de quintas, preservando regiões de elevada estabilidade intervalar. *Carina-Sagittarius* combina diferentes graus de compressão e alargamento das quintas ao longo do ciclo. *Órion* concentra parte significativa das redistribuições intervalares na região tonal associada a Dó maior, enquanto *Perseus* incorpora relações proporcionais derivadas da sequência de Fibonacci na organização de determinados batimentos intervalares.

A seguir, cada sistema de afinação criado é tratado detalhadamente. Será comentado sobre a inspiração que levou à criação de cada sistema, bem como a distribuição da coma pitagórica em suas quintas justas. É importante notar, na interpretação da diluição da coma pitagórica nas representações gráficas de cada temperamento, que as frequências foram inseridas dentro do espectro F3-F4, enarmonicamente, sendo C4 o dó central. Este é o padrão em que os afinadores costumam estabelecer o temperamento (seja ele qual for) para melhor percepção auditiva. Sendo assim, para que o empilhamento das quintas justas se mantenha dentro desta oitava, procedeu-se ao padrão intercalado de quarta justa abaixo e quinta justa acima (C4-G3-D4-A3, etc.).

Norma-Cygnus

O temperamento *Norma-Cygnus* foi inspirado no braço galáctico de mesmo nome, que se projeta a partir da região central da Via Láctea. A escolha dessa estrutura como referência simbólica relaciona-se à ideia de ordem e regularidade associada ao nome Norma, derivado da constelação de Esquadro. Com base nessa analogia, concebeu-se um sistema caracterizado por uma distribuição relativamente equilibrada da coma pitagórica ao longo do ciclo de quintas, buscando traduzir, em termos acústicos, princípios de proporção, simetria e organização intervalar.

Figura 1
Representação gráfica da diluição da coma pitagórica no temperamento *Norma-Cygnus*

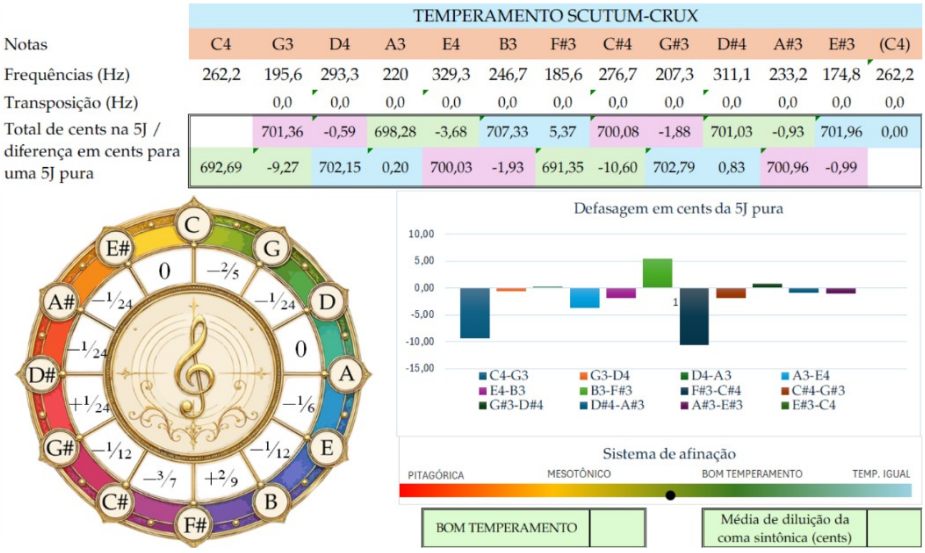


Fonte: calculadora de temperamentos musicais (figura elaborada pelo autor a partir de acervo pessoal)

Scutum-Crux

O temperamento *Scutum-Crux* foi inspirado no braço galáctico de mesmo nome, cuja elevada concentração de poeira interestelar obscurece parcialmente a visão de regiões mais profundas da Via Láctea. A partir dessa característica surgiu a ideia de construir um sistema baseado em uma distribuição assimétrica da coma pitagórica, associada metaforicamente à noção de estruturas parcialmente ocultas. Essa concepção encontrou ressonância na Sonata *Hammerklavier*, de Beethoven, obra frequentemente destacada pela complexidade de sua arquitetura harmônica. Em consequência, determinadas relações intervalares associadas às principais harmonias da obra foram priorizadas durante a elaboração do temperamento.

Figura 2
Representação gráfica da diluição da coma pitagórica no temperamento *Scutum-Crux*

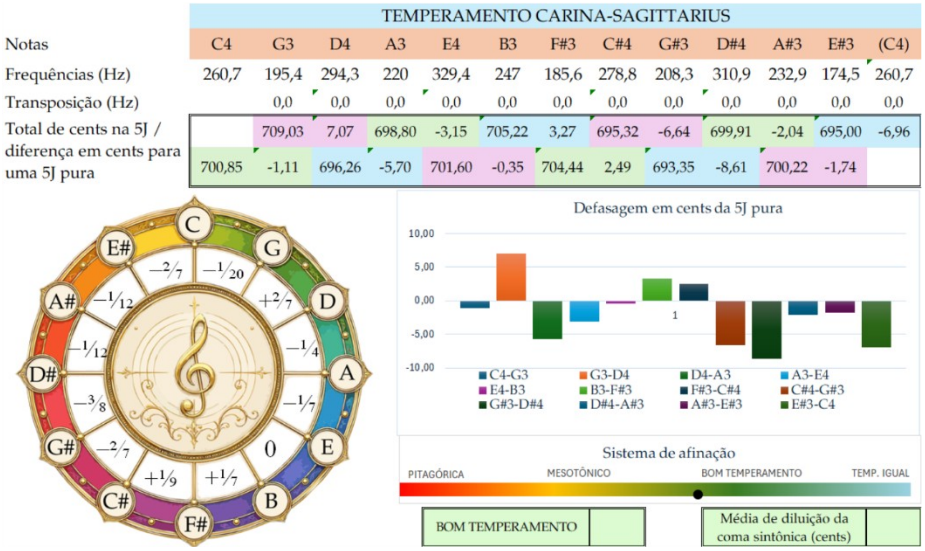


Fonte: calculadora de temperamentos musicais (figura elaborada pelo autor a partir de acervo pessoal)

Carina-Sagittarius

O temperamento *Carina-Sagittarius* foi inspirado no braço galáctico de mesmo nome, observável na direção da constelação de Sagitário. A representação tradicional dessa constelação como um arqueiro motivou a associação simbólica com a Sonata *Appassionata*, de Beethoven. A partir dessa ideia, buscou-se desenvolver um sistema capaz de combinar direcionamento harmônico e contraste acústico, características marcantes da obra. Assim, determinadas relações intervalares associadas às suas principais harmonias foram priorizadas durante o processo de construção. O resultado foi um temperamento que preserva a flexibilidade tonal dos bons temperamentos, mas incorpora, em regiões específicas, características próximas da tradição mesotônica.

Figura 3
Representação gráfica da diluição da coma pitagórica no temperamento Carina-Sagittarius

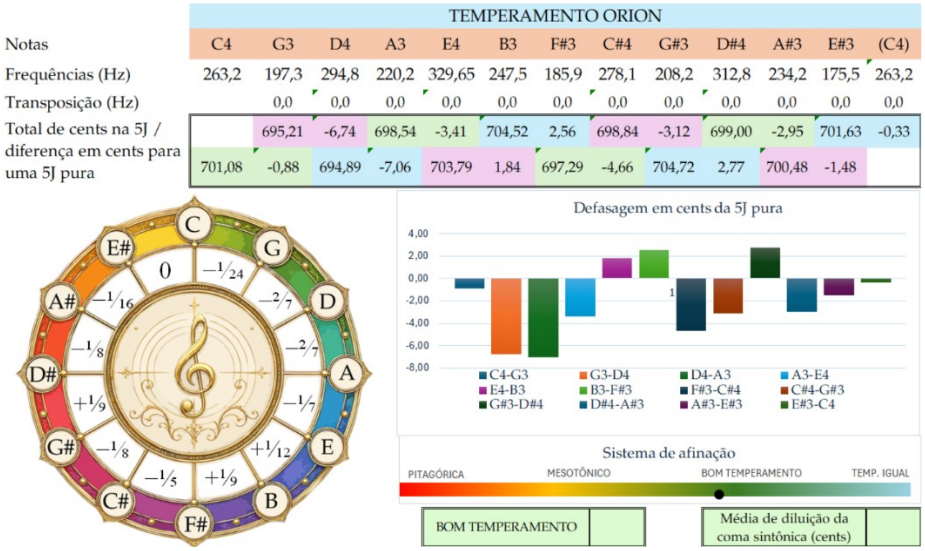


Fonte: calculadora de temperamentos musicais (figura elaborada pelo autor a partir de acervo pessoal)

Órion

O temperamento Órion foi inspirado no braço galáctico de mesmo nome, associado à região do Cinturão de Gould, estrutura inclinada em aproximadamente 18 graus em relação ao plano principal da Via Láctea e da qual o Sistema Solar faz parte. A principal referência para a concepção do sistema foi o alinhamento estelar conhecido como Três Marias, cuja configuração sugeriu uma analogia acústica com a tríade de Dó maior. A partir dessa associação, buscou-se preservar a pureza dos intervalos de terça maior e quinta justa, eliminando quase que completamente seus batimentos. Como consequência, tornou-se necessária a redistribuição da coma sintônica entre as quintas justas C–G, G–D, D–A e A–E. Em vez de utilizar a redistribuição integral da coma sintônica (21,51 cents), adotou-se o valor de 18 cents como referência simbólica, em alusão à inclinação do Cinturão de Gould. Essa característica distingue Órion dos demais temperamentos propostos, sendo o único sistema do conjunto cuja construção incorpora explicitamente a redistribuição controlada da coma sintônica. Ao mesmo tempo, o sistema preserva a redistribuição da coma pitagórica nas demais quintas, mantendo sua inserção na tradição dos bons temperamentos.

Figura 4
Representação gráfica da diluição da coma pitagórica no temperamento *Órion*

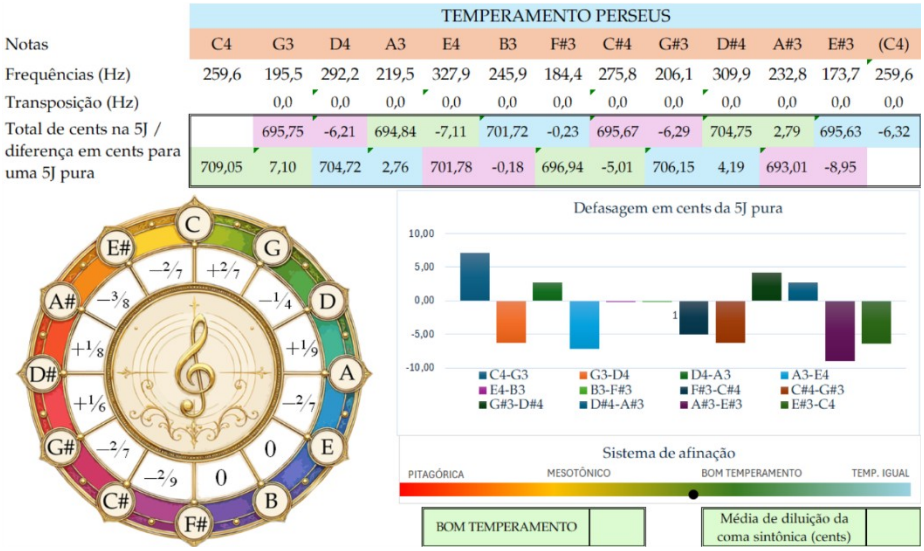


Fonte: calculadora de temperamentos musicais (figura elaborada pelo autor a partir de acervo pessoal)

Perseus

O temperamento Perseus foi inspirado no braço galáctico de mesmo nome, situado na região externa da Via Láctea e observável apenas por meio de instrumentos ópticos. Caracterizado pela presença de extensas formações de gás, poeira e nebulosas, esse braço galáctico serviu como referência simbólica para a concepção de um sistema marcado por maior assimetria intervalar e por contrastes acústicos mais pronunciados. A ideia de estruturas parcialmente ocultas e de contornos menos definidos motivou a busca por uma distribuição menos regular da coma pitagórica, diferenciando-o dos demais temperamentos propostos. Durante sua elaboração, foram também exploradas relações proporcionais, inspiradas na sequência de Fibonacci, aplicadas ao comportamento dos batimentos intervalares. A escolha da sequência de Fibonacci não decorreu de uma necessidade matemática do sistema, mas de sua associação recorrente a diferentes formas e estruturas da natureza, tomada como referência para a busca de novas relações de batimentos capazes de produzir um resultado estético diferenciado. O resultado foi um sistema com identidade acústica própria, caracterizado por maior diversidade de tensões internas e menor aproximação com modelos históricos consolidados de bom temperamento.

Figura 5
Representação gráfica da diluição da coma pitagórica no temperamento Perseus



Fonte: calculadora de temperamentos musicais (figura elaborada pelo autor a partir de acervo pessoal)

Distribuição intervalar e comparações históricas

A Tabela 1 abaixo mostra uma visão comparativa entre os temperamentos da Via Láctea, levando-se em consideração a representação fracionária de cada quinta justa da coma pitagórica e sua diluição no temperamento:

Tabela 1
Representações fracionárias dos temperamentos da Via Láctea

Quintas justas	Temperamentos da Via Láctea				
	Norma-Cygnus	*Scutum-Crux*	*Carina-Sagittarius*	*Órion*	*Perseus*
C-G	-1/3	-2/5	-1/20	-1/24	+2/7
G-D	+1/10	-1/24	+2/7	-2/7	-1/4
D-A	+1/7	0	-1/4	-2/7	+1/9
A-E	-2/9	-1/6	-1/7	-1/7	-2/7
E-B	-1/6	-1/12	0	+1/12	0
B-F#	-1/8	+2/9	+1/7	+1/9	0
F#-C#	-1/18	-3/7	+1/9	-1/5	-2/9
C#-G#	-1/24	-1/12	-2/7	-1/8	-2/7
G#-D#	0	+1/24	-3/8	+1/9	+1/6
D#-A#	-1/16	-1/24	-1/12	-1/8	+1/8
A#-E#	-1/6	-1/24	-1/12	-1/16	-3/8
E#-(C)	-1/12	0	-2/7	0	-2/7

A Tabela 2, por sua vez, mostra a representação fracionária de cada quinta justa da coma pitagórica e sua diluição em bons

temperamentos históricos selecionados, permitindo uma comparação com os Temperamentos da Via Láctea, expostos na Tabela 1.

Tabela 2
Representações fracionárias de temperamentos históricos

Quintas justas	Bons temperamentos históricos					
	Werckmeister III	*Kirnberger III*	*Lambert*	*Neidhardt (Pequenas Cidades)*	*Neidhardt (Grandes Cidades)*	*Vallotti*
C-G	-1/4	-2/9	-1/7	-1/6	-1/6	-1/6
G-D	-1/4	-2/9	-1/7	-1/6	-1/6	-1/6
D-A	-1/4	-2/9	-1/7	-1/6	-1/6	-1/6
A-E	0	-2/9	-1/7	-1/6	-1/12	-1/6
E-B	0	-1/12	-1/7	-1/12	0	-1/6
B-F#	-1/4	+1/12	-1/7	-1/12	-1/12	-1/6
F#-C#	0	-1/12	0	0	-1/12	0
C#-G#	0	0	0	0	-1/12	0
G#-D#	0	0	0	-1/12	0	0
D#-A#	0	0	0	-1/12	-1/12	0
A#-E#	0	0	0	0	-1/12	0
E#-(C)	0	0	-1/7	0	0	-1/6

Características acústicas e estruturais

Os cinco sistemas desenvolvidos apresentam diferentes estratégias de redistribuição das comas pitagórica e sintônica, resultando em perfis intervalares distintos. A análise realizada por meio da Calculadora de Temperamentos Musicais permitiu identificar as representações fracionárias da coma pitagórica mais próximas dos desvios observados em cada quinta justa. Os resultados indicam que os Temperamentos da Via Láctea utilizam um conjunto mais diversificado de aproximações fracionárias do que aquelas normalmente encontradas nos principais bons temperamentos históricos, evidenciando maior variedade de configurações intervalares.

Por exemplo, desvios equivalentes a 2/9, 2/7 e 2/5 de coma pitagórica produzem taxas de batimento próximas, mas não idênticas, àquelas associadas a frações historicamente recorrentes, como 1/4, 1/3 e 3/8 de coma. Embora as diferenças numéricas sejam relativamente pequenas, elas resultam em variações sutis na distribuição das tensões intervalares ao longo do ciclo de quintas.

Dessa forma, os Temperamentos da Via Láctea diferem dos modelos históricos não apenas pela localização das quintas comprimidas ou alargadas no ciclo de quintas, mas também pela magnitude dos desvios adotados e pelas combinações intervalares resultantes. A utilização das mesmas unidades fracionárias tradicionalmente empregadas na literatura histórica permitiu descrever sistemas clássicos e contemporâneos segundo um referencial comum de análise. Essa abordagem evidenciou que os Temperamentos da Via Láctea exploram combinações intervalares mais diversificadas do que aquelas observadas nos modelos históricos selecionados, distinguindo-os estruturalmente desses modelos.

Discussão

Os cinco sistemas de afinação desenvolvidos nesta pesquisa inserem-se na tradição histórica dos bons temperamentos ao retomarem a distribuição desigual das tensões intervalares como recurso de diferenciação acústica entre tonalidades. Diferentemente do temperamento igual, no qual a diluição uniforme da coma pitagórica tende a neutralizar contrastes tímbricos, os sistemas propostos preservam regiões de maior e menor estabilidade harmônica, aproximando-se esteticamente dos modelos utilizados entre o Barroco e o início do Romantismo.

Embora inspirados em temperamentos históricos como Werckmeister III, Kirnberger III, Vallotti e Lambert, os sistemas apresentados não buscam reconstrução histórica literal, mas reelaboração contemporânea dos princípios estruturais dos bons temperamentos. Nesse sentido, a pesquisa aproxima-se mais de uma proposta estética e acústica aplicada à prática pianística contemporânea do que de uma tentativa de recuperação arqueológica de modelos de afinação do passado.

Embora os temperamentos históricos sejam tradicionalmente descritos mediante frações fixas da coma sintônica ou pitagórica — como 1/3, 1/4 ou 1/6 de coma —, a prática histórica de afinação provavelmente envolvia margens variáveis de aproximação perceptiva. Considerando-se que tais sistemas eram frequentemente estabelecidos auditivamente, por meio da percepção dos batimentos intervalares, é plausível supor que discrepâncias entre os modelos teóricos e sua realização prática fossem inevitáveis. Nesse sentido, os sistemas desenvolvidos nesta pesquisa exploram conscientemente subdivisões decimais mais precisas da coma pitagórica, permitindo maior flexibilidade na distribuição das tensões acústicas sem depender

exclusivamente de proporções intervalares discretas tradicionalmente estabelecidas. Tal abordagem aproxima a modelagem contemporânea das possibilidades reais de escuta e calibração acústica, reconhecendo a existência de gradações perceptivas intermediárias entre os modelos históricos consagrados. Essa perspectiva aproxima-se da concepção de Lambert (1776), para quem os logaritmos musicais constituíam ferramenta apropriada para representação quantitativa das relações sonoras dentro da oitava.

As diferentes estratégias de redistribuição das comas pitagórica e sintônica produziram perfis acústicos distintos, observáveis tanto na distribuição dos batimentos quanto na estabilidade relativa das diferentes regiões tonais.

Norma-Cygnus apresenta uma diluição de cerca de 1/3 de coma na quinta C-G, gerando cerca de 3,5 batimentos por segundo. Os 2/3 restantes são distribuídos desigualmente pelas demais quintas do ciclo. *Scutum-Crux*, por sua vez, concentra as maiores porcentagens da coma (85%) nas quintas C-G e F#-C#, gerando cerca de quatro batimentos por segundo; as demais quintas do ciclo têm maior estabilidade, sendo quatro delas praticamente puras. As harmonias de Bb e F#m foram especialmente enfatizadas com esta diluição da coma, possibilitando taxas de batimento próximas de um batimento por segundo em Bb e uma identidade acústica particularmente contrastante em F#m, reforçando a diferenciação entre essas duas tonalidades, sendo as principais na Sonata *Hammerklavier*. Já em *Carina-Sagittarius*, as quintas G-D, C#-G# e F-C diluem 2/7 de coma cada, gerando em torno de 2,5 batimentos por segundo em cada uma dessas quintas, permitindo diluições menores nas demais. As tonalidades usadas na Sonata *Appassionata* foram priorizadas. *Órion* favoreceu a entonação quase justa na tríade de dó maior. O único desvio em relação à terça maior pura C-E decorre da redistribuição parcial da coma sintônica, limitada a 18 cents dos 21,51 cents da coma integral, sendo esta diluição mais concentrada (78%) nas quintas G-D e D-A, cada uma com 3,5 batimentos por segundo. Por fim, *Perseus* apresentou comportamento acústico quase simétrico em metade do ciclo de quintas. Os maiores alargamentos/compressões se apresentam em quatro quintas justas, com desvios de 2/7 de coma cada. Neste temperamento, as proporções entre determinados batimentos de terças maiores e quintas justas foram organizadas com base em relações numéricas derivadas da sequência de Fibonacci. Essa organização produz distribuição mais homogênea das tensões em metade das quintas do ciclo,

contrastando com as concentrações localizadas observadas nos demais sistemas.

Os resultados da experimentação auditiva sugerem que os sistemas propostos preservam diferenças acústicas entre tonalidades sem comprometer a funcionalidade harmônica global do repertório tonal. Em comparação ao temperamento igual, observou-se maior diversidade de comportamento acústico entre regiões tonais. Tais diferenças foram percebidas sobretudo na intensidade relativa dos batimentos, na estabilidade das tríades, na sensação de tensão e relaxamento harmônico e na coloração sonora resultante das modulações.

A pesquisa também sugere que a utilização contemporânea de bons temperamentos pode ampliar possibilidades interpretativas na prática pianística. Em repertórios nos quais a identidade tonal possui função expressiva relevante, a preservação de assimetrias intervalares pode contribuir para maior diferenciação perceptiva entre centros tonais e regiões harmônicas contrastantes. Tal perspectiva aproxima-se da concepção histórica segundo a qual diferentes tonalidades possuíam características afetivas e expressivas particulares.

Além dos aspectos acústicos, a utilização da Via Láctea como referência conceitual para a elaboração dos sistemas propostos permitiu articular matemática, experimentação sonora e imaginação estética dentro de uma mesma estrutura teórica. A analogia cosmológica não operou apenas como elemento ilustrativo, mas como princípio organizador da distribuição intervalar, associando diferentes estratégias de diluição das comas a ideias de expansão, assimetria, ocultamento e estabilidade estrutural.

Entretanto, algumas limitações devem ser consideradas. A avaliação auditiva dos sistemas concentrou-se principalmente na prática de afinação pianística e em testes auditivos realizados pelo próprio pesquisador, não envolvendo ainda análise estatística de recepção auditiva por grupos ampliados de ouvintes ou intérpretes. Além disso, determinados resultados permanecem parcialmente dependentes do repertório executado e das características tímbricas específicas do instrumento utilizado.

Dessa forma, pesquisas futuras poderão ampliar a investigação mediante testes perceptivos controlados, comparação entre diferentes instrumentos, análise espectral dos batimentos e aplicação dos sistemas propostos em repertórios específicos dos períodos Barroco, Clássico e Romântico.

Os resultados obtidos indicam, contudo, que a retomada contemporânea de bons temperamentos permanece artisticamente viável e acusticamente relevante, especialmente

em contextos interpretativos nos quais a diferenciação tonal constitui elemento expressivo fundamental.

Considerações Finais

A presente pesquisa resultou no desenvolvimento de cinco sistemas de afinação bem-temperada – *Norma-Cygnus*, *Scutum-Crux*, *Carina-Sagittarius*, *Órion* e *Perseus* – inspirados estruturalmente na Via Láctea e fundamentados na tradição histórica dos bons temperamentos. A partir da articulação entre teoria musical, acústica, modelagem matemática e prática de afinação pianística, buscou-se investigar a possibilidade de retomada contemporânea de sistemas de afinação capazes de preservar diferenças acústicas entre tonalidades sem comprometer a mobilidade harmônica exigida pelo repertório tonal.

Os resultados obtidos demonstraram que diferentes estratégias de distribuição da coma pitagórica — e, em casos específicos, da coma sintônica — produzem identidades harmônicas distintas, afetando a estabilidade das tríades, a intensidade dos batimentos e a coloração sonora das diferentes regiões tonais. Diferentemente do temperamento igual, no qual as relações intervalares tendem à homogeneização, os sistemas propostos preservam assimetrias acústicas capazes de ampliar as possibilidades expressivas da prática interpretativa.

A pesquisa também evidenciou que os bons temperamentos não devem ser compreendidos apenas como soluções matemáticas para incompatibilidades intervalares, mas como modelos estéticos de organização sonora historicamente vinculados à percepção tonal. Nesse contexto, a utilização da Via Láctea como referência conceitual não operou apenas em nível metafórico, mas como princípio estruturador da distribuição das tensões acústicas presentes no ciclo de quintas.

Do ponto de vista metodológico, o trabalho procurou equilibrar fundamentação quantitativa e inteligibilidade musicológica, articulando cálculo intervalar, análise acústica e experimentação auditiva sem dissociar os aspectos matemáticos das dimensões estéticas e interpretativas da afinação musical. A construção dos sistemas demonstrou que ainda existem possibilidades contemporâneas de criação de bons temperamentos capazes de dialogar simultaneamente com tradição histórica, prática pianística e experimentação sonora.

Embora os resultados apresentados indiquem viabilidade acústica e funcional dos sistemas propostos, algumas limitações permanecem. A avaliação auditiva concentrou-se principalmente na prática do próprio pesquisador, não envolvendo ainda testes auditivos ampliados com intérpretes e ouvintes especializados. Além disso, diferentes instrumentos, repertórios e condições acústicas podem influenciar significativamente a percepção das diferenças intervalares observadas.

Dessa forma, futuras pesquisas poderão ser aprofundadas com relação a análises perceptivas controladas, à aplicação prática dos sistemas em repertórios específicos, a estudos comparativos com temperamentos históricos, bem como a investigações sobre recepção auditiva das diferenças tonais em contextos contemporâneos de performance.

Por fim, os resultados obtidos sugerem que a criação contemporânea de bons temperamentos permanece artisticamente viável e acusticamente relevante. Em um contexto musical amplamente marcado pela padronização intervalar do temperamento igual, a preservação controlada das assimetrias acústicas pode representar não apenas uma alternativa técnica de afinação, mas também uma ampliação das possibilidades estéticas e expressivas da escuta musical.

Referências

Barbour, J. M. (1951). *Tuning and temperament: A historical survey*. Michigan State College Press.

Beebe, C. (n.d.). *Carey Beebe Harpsichords Australia*. CBH. https://www.hpschd.nu/

Broekaert, J. M. (2019). Well temperaments based on the Werckmeister definition: from Werckmeister, passing Vallotti, Bach and Kirnberger, to equal temperament. Inspired by Kelletat and Amiot. *Journal of Mathematics and Music*. arXiv:1912.10918.

Duffin, R. W. (2007). *How equal temperament ruined harmony (and why you should care)*. W. W. Norton & Company.

Godwin, J. (1993). *The Harmony of the Spheres: A Sourcebook of the Pythagorean Tradition in Music*. Inner Traditions International.

Jorgensen, O. (1991). *Tuning: Containing the perfection of eighteenth-century temperament, the lost art of nineteenth-century temperament, and the science of equal temperament* (2nd ed.). Michigan State University Press.

Kepler, J. (1997). *The harmony of the world* (E. J. Aiton, A. M. Duncan, & J. V. Field, Trad.). American Philosophical Society. (obra original publicada em 1619)

Kersting, G. (2026). *The mathematical structure of Pythagorean-like tuning systems*. *The Mathematical Intelligencer, 48*(1), 57–65. https://doi.org/10.1007/s00283-025-10478-y

Lambert, J. H. (1776). Remarques sur le tempérament en musique. *Nouveaux mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Berlin*, 1774, 55 –73.

Rasch, R. (2009). 1/5 SC, 1/6 SC and 2/7 SC meantone temperaments: Some historical testimonies and comparisons. *Early Music, 37*(3), 385–400.

Scholtz, K. P. (1998). Algorithms for mapping diatonic keyboard tunings and temperaments. *Music Theory Online, 4*(4).

Sethares, W. A. (2005). *Tuning, timbre, spectrum, scale* (2nd ed.). Springer.

Sturm, F. (2010, May). A clear and practical introduction to temperament history. *Piano Technicians Journal*, *53*(5).

True, T. (2018). The battle between impeccable intonation and maximized modulation. *Musical Offerings, 9*(2).

Yearsley, D. (2002). *Bach and the meanings of counterpoint*. Cambridge University Press.

Zumpano, N., & Goldemberg, R. (n.d.). Princípios de técnica e história do temperamento musical. *Sonora, 2*(4).